

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К.  
АММОСОВА»

Политехнический институт (филиал) государственного автономного образовательного  
учреждения высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени  
М.К. Аммосова» в г. Мирном

Кафедра Фундаментальной и прикладной математики





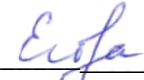
Рабочая программа дисциплины

**Б1.О.13 Высшая математика**

для программы бакалавриата  
по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника  
Профиль: Электроэнергетика

Форма обучения: заочная

Автор(ы): Константинова Т.П., старший преподаватель кафедры ФиПМ,  
МПТИ(ф)СВФУ,

РЕКОМЕНДОВАНО Заведующий кафедрой разработчика  / Гадоев М.Г. протокол №_06_ от «22»_февраля_2019 г.	ОДОБРЕНО Заведующий выпускающей кафедрой  / Семёнов А.С. протокол №_06_ от «22»_февраля_2019 г.	ПРОВЕРЕНО Нормоконтроль в составе ОП пройден Специалист УМО/деканата  / Баишева О.Ю. от «28»_марта_2019 г.
Рекомендовано к утверждению в составе ОП Председатель УМК  / Константинова Т.П. Протокол УМК №_03_ от «29»_марта_2019 г.		Эксперт УМК  / Егорова М.В. «29»_марта_2019 г.

Мирный 2019 г.

**АННОТАЦИЯ**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**Б1.О.13 Высшая математика**  
Трудоемкость 16 з.е.

**1.1. Цель освоения и краткое содержание дисциплины**

**Цель освоения:** развитие логического мышления; повышение уровня математической культуры; овладение современным математическим аппаратом, необходимым для изучения естественно-научных, общепрофессиональных и специальных дисциплин; освоение методов математического моделирования; освоение приемов постановки и решения математических задач; организация вычислительной обработки результатов в прикладных инженерных задачах.

**Краткое содержание дисциплины:** Дисциплина «Математика» знакомит студентов с основами линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа, теории вероятностей и функции комплексной переменной.

**1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Наименование категории (группы) компетенций	Планируемые результаты освоения программы (код и содержание компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
Фундаментальная подготовка	ОПК-3. Способен применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач	ОПК-3.1. Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной ОПК-3.2. Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов, теории дифференциальных уравнений ОПК-3.3. Применяет	<b>Знать:</b> иметь представление о физико-математическом аппарате и методах анализа, которые могут применяться в области проектирования; <b>Уметь:</b> уметь применять знания физико-математического аппарата и проводить анализ в области проектирования; <b>Владеть:</b> владеть навыками применения физико-математического аппарата и методов анализа в области проектирования;	БРС, Опрос Контрольный тест <b>Зачет, экзамен</b>

		<p>математический аппарат теории вероятностей и математической статистики ОПК-3.4. Применяет математический аппарат численных методов ОПК-3.5. Демонстрирует понимание физических явлений и применяет законы механики, термодинамики, электричества и магнетизма ОПК-3.6. Демонстрирует знание элементарных основ оптики, квантовой механики и атомной физики.</p>		
--	--	--	--	--

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Индекс	Наименование дисциплины (модуля), практики	Семестр изучения	Индексы и наименования учебных дисциплин (модулей), практик	
			на которые опирается содержание данной дисциплины (модуля)	для которых содержание данной дисциплины (модуля) выступает опорой
Б1.О.13	Математика	1,2,3,4	Базовый курс средней школы по математике	Б1.О.08 Экономика Б1.В.04 Математические задачи в электроэнергетике

### 1.4. Язык преподавания: Русский

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Выписка из учебного плана:

Код и название дисциплины по учебному плану	Б1.О.13 Высшая математика	
Курс изучения	16	
Семестр(ы) изучения	1234	
Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен)	экзамен/экзамен/экзамен/экзамен	
Курсовой проект/ курсовая работа (указать вид работы при наличии в учебном плане), семестр выполнения	-	
Трудоемкость (в ЗЕТ)	12	
Трудоемкость (в часах) (сумма строк №1,2,3), в т.ч.:	576	
<b>№1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (КР), в часах:</b>	Объем аудиторной работы, в часах	В т.ч. с применением ДОТ или ЭО <sup>1</sup> , в часах
Объем работы (в часах) (1.1.+1.2.+1.3.):	64	
1.1. Занятия лекционного типа (лекции)	32	
1.2. Занятия семинарского типа, всего, в т.ч.:	32	
- семинары (практические занятия, коллоквиумы и т.п.)	32	
- лабораторные работы		
- практикумы		
1.3. КСР		
<b>№2. Самостоятельная работа обучающихся (СРС) (в часах)</b>	476	
<b>№3. Количество часов на экзамен (экзамен)</b>	36	

<sup>1</sup> Указывается, если в аннотации образовательной программы по позиции «Сведения о применении дистанционных технологий и электронного обучения» указан ответ «да».

### 3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 3.1. Распределение часов по темам и видам учебных занятий

№	Тема	Всего часов	Контактная работа, в часах								Часы СРС	
			Лекции	из них с применением ЭО и ДОТ	Семинары (практические занятия, коллоквиумы)	из них с применением ЭО и ДОТ	Лабораторные работы	из них с применением ЭО и ДОТ	Практикумы	из них с применением ЭО и ДОТ		КСР
1	Определители		0,3		0,3							6
2	Матрицы		0,3		0,3							6
3	Системы линейных алгебраических уравнений		0,3		0,3							6
4	Однородная система уравнений и ее решение		0,4		0,4							6
5	Линейные пространства		0,3		0,3							6
6	Линейные операторы		0,3		0,3							6
7	Геометрический вектор		0,3		0,3							6
8	Проекция вектора на ось. Прямоугольная декартова система координат		0,3		0,3							6
9	Скалярное произведение векторов		0,4		0,4							6
10	Векторное произведение		0,3		0,3							6
11	Смешанное произведение векторов		0,3		0,3							6
12	Аналитическое задание линии на плоскости		0,3		0,3							6
13	Прямая на плоскости		0,4		0,4							6
14	Плоскость в пространстве		0,3		0,3							6
15	Прямая в пространстве		0,3		0,3							6
16	Кривые второго порядка		0,3		0,3							6
17	Поверхности второго порядка		0,4		0,4							6
18	Некоторые понятия теории множеств и математической логики		0,4		0,4							6
19	Комплексные числа		0,3		0,3							6
20	Числовые последовательности		0,3		0,3							6

21	Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности		0,3	0,3							6
22	Теоремы о пределах последовательностей		0,3	0,3							5
23	Основные понятия, относящиеся к функции		0,3	0,3							5
24	Предел функции		0,3	0,3							5
25	Свойства пределов		0,3	0,3							5
26	Непрерывные функции		0,3	0,3							5
27	Свойства функций непрерывных на отрезке		0,3	0,3							5
28	Производная		0,3	0,3							5
29	Основные теоремы о дифференцируемых функциях		0,4	0,4							5
30	Правило Лопиталья		0,3	0,3							5
31	Формула Тейлора		0,3	0,3							5
32	Исследования характера поведения функций		0,4	0,4							5
33	Первообразная, неопределенный интеграл		0,4	0,4							5
34	Два основных метода интегрирования		0,3	0,3							5
35	Разложение рациональной функции на простейшие дроби и их интегрирование		0,4	0,4							5
36	Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций		0,4	0,4							5
37	Интеграл Римана		0,3	0,3							5
38	Условие интегрируемости по Риману		0,3	0,3							5
39	Определенный интеграл, как функция верхнего предела		0,3	0,3							5
40	Методы вычисления определенных интегралов		0,4	0,4							5
41	Некоторые применения определенного интеграла		0,4	0,4							5
42	Несобственные интегралы		0,3	0,3							5
43	Предел функции многих переменных		0,3	0,3							5
44	Непрерывность функции		0,3	0,3							5







### 3.2. Содержание тем программы дисциплины

#### **Тема 1: Определители**

1. Определители второго и третьего порядка. 2. Альтернатор. Определители  $n$ -го порядка. 3. Свойства определителя.

#### **Тема 2: Матрицы**

1. Определение прямоугольной и квадратной матрицы. 2. Линейные операции над матрицами. 3. Умножение матриц. 4. Определение обратной матрицы. 5. Ранг матрицы.

#### **Тема 3: Системы линейных алгебраических уравнений**

1. Общие понятия. 2. Матричная запись СЛУ. 3. Формулировка теоремы Кронекера-Капелли. 4. Решение линейной системы матричным способом. 5. Теорема Крамера.

#### **Тема 4: Однородная система уравнений и ее решение**

1. Метод Гаусса. 2. Нахождение ранга матрицы ОСЛУ с помощью элементарных преобразований. 3. Фундаментальная система решений ОСЛУ

#### **Тема 5: Линейные пространства**

1. Определение. 2. Линейная зависимость и независимость систем векторов. 3. Размерность и базис линейного пространства. 4. Координаты вектора. 5. Преобразование координат при переходе к новому базису.

#### **Тема 6: Линейные операторы**

1. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. 2. Характеристический многочлен. 3. Билинейные и квадратичные формы. 4. Матрицы квадратичной формы. 5. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

#### **Тема 7: Геометрический вектор**

1. Определение вектора. 2. Линейные операции над векторами. 3. Линейная комбинация векторов. 4. Линейная зависимость и независимость векторов. 5. Базис прямой, на плоскости и в пространстве. 6. Формулировка теоремы о разложении вектора по базисам.

#### **Тема 8: Проекция вектора на ось. Прямоугольная декартова система координат**

1. Проекция и его свойства. 2. Правые и левые тройки векторов. 3. Ортонормированные базисы на плоскости и в пространстве. 4. Прямоугольная система координат в пространстве и на плоскости. 5. Полярная система координат

#### **Тема 9: Скалярное произведение векторов**

1. Определение и свойства. 2. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов. 3. Скалярное произведение векторов в координатной форме.

#### **Тема 10: Векторное произведение**

1. Определения векторного произведения векторов. 2. Свойства. 3. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов. 4. Векторное произведение векторов в координатной форме. Площадь треугольника.

#### **Тема 11: Смешанное произведение векторов**

1. Определение и свойства. 2. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов. 3. Объем пирамиды.

#### **Тема 12: Двойное векторное произведение**

1. Формула «БАС минус САБ».

#### **Тема 13: Аналитическое задание линии на плоскости**

1. Уравнение линии на плоскости в явном и неявном виде. 2. Параметрическое уравнение линии. 3. Вывод параметрического уравнения циклоиды.

#### **Тема 14: Прямая на плоскости**

1. Общее уравнение прямой. 2. Каноническое уравнение. 3. Параметрическое уравнение прямой. 4. Уравнение прямой в отрезках. 5. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. 6. Углы между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. 7. Нормальное уравнение прямой. 8. Нормирующий множитель. Приведение общего уравнения к нормальному виду. 9. Расстояние от точки до прямой.

**Тема 15: Плоскость в пространстве**

1.Общее и нормальное уравнение плоскости. 2.Углы между плоскостями. 3.Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. 4.Уравнение плоскости через три заданные точки. 5.Нормирующий множитель. 6.Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду. 7.Расстояние от точки до плоскости.

**Тема 16: Прямая в пространстве**

1.Каноническое и параметрическое уравнение прямой в пространстве. 2.Общее уравнение прямой в пространстве. 3.Углы между прямыми в пространстве. 4.Условия параллельности и перпендикулярности между прямыми в пространстве.

**Тема 17: Кривые второго порядка**

1.Канонические уравнения параболы, эллипса и гиперболы. 2.Исследование формы, дополнительные сведения. 3.Уравнение кривых второго порядка в полярных координатах.

**Тема 18: Поверхности второго порядка**

1.Канонические уравнения эллипсоида, однополосного и двуполосного гиперboloида, эллиптического и гиперболического параболоида, цилиндров второго порядка. 2.Изучение их форм методом сечений.

**Тема 19: Некоторые понятия теории множеств и математической логики**

1.Множество, операции над множествами, обозначения. 2. Отображение, взаимно-однозначное соответствие, счетное и несчетные множества. 3. Вещественные числа. 4. Свойство непрерывности вещественных чисел. 5.Ограниченное множество. Точные грани. 6.Существование точной верхней грани у ограниченного сверху множества

**Тема 20: Комплексные числа**

1. Определение комплексного числа. 2. Операции над комплексными числами. 3. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексное сопряжение. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. 4. Формула Эйлера 5. Возведение в степень. Логарифм комплексного числа. Формула Муавра.

**Тема 21: Числовые последовательности**

1.Операции над последовательностями. 2. Ограниченная последовательность. Точная верхняя (нижняя) грань. 3. Предел последовательности. 5.Простейшие свойства сходящихся последовательностей.

**Тема 22: Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности**

1.Определения. 2. Действия над б.м.п.

**Тема 23: Теоремы о пределах последовательностей**

1. Монотонные последовательности. 2.Число  $e$ . 3. Теорема о вложенных отрезках

**Тема 24: Основные понятия, относящиеся к функции**

1. Определение функции. Обратная функция. Суперпозиция. 2.Ограниченность. Точные грани. 3.Элементарные функции

**Тема 25: Предел функции**

1.Определение предела функции. 2. Односторонние пределы. Предел слева, предел справа. 3. Связь предела с односторонними пределами.

**Тема 26: Свойства пределов**

1.Переход к пределу в неравенствах. 2. Арифметические операции над пределами. 3.Бесконечно малые и бесконечно большие функции. 4. Сравнение б.м. и б.б. функций.

**Тема 27: Символы  $O, o$ .**

Замечательные пределы

$$1. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad 2. \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

**Тема 28: Непрерывные функции**

1.Непрерывность в точке и на множестве. 2.Простейшие свойства непрерывных функций. 3. Классификация точек разрыва. 4.Непрерывность обратной функции. 5.Непрерывность сложной функции.

**Тема 29: Свойства функций непрерывных на отрезке**

1. Теоремы о промежуточных значениях непрерывной функции (Теоремы Больцано-Коши). 2. Ограниченность непрерывной функции (Теоремы Вейерштрасса). 3. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.

**Тема 31: Производная**

1. Определение производной. Геометрическая интерпретация производной. 2. Понятие дифференцируемости. Непрерывность и дифференцируемость функции. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. 3. Дифференциал функции. 4. Основные правила дифференцирования. 5. Производная сложной функции. 2. Теорема о производной обратной функции. 3. Производная функции заданной параметрически. 4. Дифференцирование функции, заданной неявно. 5. Производные высших порядков. 7. Дифференциалы высших порядков.

**Тема 32: Основные теоремы о дифференцируемых функциях**

1. Теорема Ферма о нуле производной. 2. Теорема Ролля о нуле производной. 3. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. 4. Теорема Коши о конечных приращениях.

**Тема 33: Правило Лопиталя**

1. Раскрытие неопределенностей вида  $0/0$ . 2. Раскрытие неопределенностей вида  $\infty/\infty$ . 4. Раскрытие неопределенностей вида  $0\infty, 1^\infty, 0^0, \infty 0, \infty - \infty$ .

**Тема 34: Формула Тейлора**

1. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом  $R_n$ . 2. Остаток в форме Пеано. 3. Другие формы остатка в формуле Тейлора. 4. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Тейлора.

**Тема 35: Исследования характера поведения функций**

1. Условие монотонности функции. 2. Максимальные и минимальные значения функций (экстремумы). 3. Исследование функций на экстремум по знаку высших производных. 4. Выпуклость функции, точки перегиба. 5. Асимптоты функций. 6.

**Тема 36: Общая схема построения графиков.****Тема 37: Первообразная, неопределенный интеграл**

1. Определение. 2. Свойства неопределенного интеграла. 3. Таблица неопределенных интегралов

**Тема 38: Два основных метода интегрирования**

1. Замена переменного. 2. Интегрирование по частям

**Тема 39: Разложение рациональной функции на простейшие дроби и их интегрирование**

1. Предварительные сведения из алгебры. 2. Разложение дроби на элементарные. 3. Метод неопределенных коэффициентов. 4. Вычисление интегралов от элементарных дробей

**Тема 40: Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций**

1. Интегралы вида  $\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^\alpha, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^\gamma\right) dx$  и  $\int R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right) dx$ . 2. Подстановки Эйлера. 3. Интегрирование некоторых классов трансцендентных функций.

**Тема 41: Интеграл Римана**

1. Определения. 2. Геометрический смысл интеграла Римана. 3. Свойства определенного интеграла

**Тема 42: Условие интегрируемости по Риману**

1. Определения сумм Дарбу. 2. Свойства сумм Дарбу. 3. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.

**Тема 43: Определенный интеграл, как функция верхнего предела**

1. Производная интеграла по верхнему пределу. 2. Формула Ньютона-Лейбница

**Тема 44: Методы вычисления определенных интегралов**

1. Замена переменных в определенном интеграле. 2. Интегрирование по частям.

**Тема 45: Некоторые применения определенного интеграла**

1. Квадрируемые фигуры. 2. Свойства площади. 3. Площадь криволинейной трапеции. 4. Вычисление площадей областей, граница которых задана в полярных координатах. 5. Длина дуги гладкой кривой 6. Вычисление площади боковой поверхности тела вращения. 7. Объем тела вращения. 8. Площадь поверхности вращения.

**Тема 46: Несобственные интегралы**

1. Несобственный интеграл первого рода. 2. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Простейшие признаки сходимости. 3. Несобственный интеграл второго рода. 4. Простейшие признаки сходимости.

**Тема 47: Предел функции многих переменных**

1. Предел функции. 2. Свойства пределов. 3. Повторные пределы (случай  $n = 2$ ).

**Тема 48: Непрерывность функции многих переменных**

1. Определение непрерывности. 2. Свойства непрерывных функций. 3. Равномерная непрерывность функции многих переменных.

**Тема 49: Дифференцирование ФМП**

1. Определение частной производной. 2. Приращение функции. Дифференцируемость ФМП. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Непрерывность и дифференцируемость ФМП. 3. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных. 4. Дифференцирование функции заданной параметрически. 5. Дифференциал ФМП. Дифференциалы высших порядков.

**Тема 50: Производная по направлению. Гладкие поверхности**

1. Производная по заданному направлению и градиент. 2. Касательная и нормаль к поверхности. 3. Формула Тейлора для функций многих переменных.

**Тема 51: Экстремумы функций многих переменных**

1. Необходимые и достаточные условия для экстремума. 2. Исследование функции на экстремум.

**Тема 52: Двойной интеграл**

1. Определение двойного интеграла 2. Геометрический смысл двойного интеграла. 3. Свойства двойного интеграла.

**Тема 53: Условие интегрируемости**

1. Определение сумм Дарбу. 2. Свойства сумм Дарбу. 3. Необходимое и достаточное условие интегрируемости.

**Тема 54: Вычисление двойных интегралов**

1. Интегрирование по прямоугольнику. 2. Интегрирование по области, представляющей собой криволинейную трапецию.

**Тема 55: Замена переменных в двойном интеграле**

1. Отображение плоских областей. Криволинейные координаты. 2. Изменение площади при отображениях. 3. Замена переменных в двойном интеграле.

**Тема 56: Некоторые применения двойного интеграла в геометрии и механике**

1. Объем криволинейного цилиндра. 2. Площадь плоской фигуры. 3. Площадь поверхности. 4. Масса плоской фигуры 3. Центр масс плоской фигуры 5. Момент инерции плоской фигуры.

**Тема 57: Тройные интегралы**

1. Определение тройного интеграла. 2. Сведение тройного интеграла к повторному для прямоугольного параллелепипеда. 3. Сведение тройного интеграла к повторному для областей общего вида. 4. Замена переменных в тройном интеграле.

**Тема 58: Некоторые применения тройного интеграла в геометрии и механике**

1. Объем тела. 2. Масса тела. 3. Центр масс тела. 5. Момент инерции тела.

**Тема 59: Криволинейные интегралы 1-го рода**

1. Определение, существование. 2. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода.

**Тема 60: Криволинейные интегралы 2-го рода**

1. Определение, существование. 2. Свойства криволинейного интеграла 2-го рода. 3. Связь с интегралом 1-го рода.

**Тема 61: Формула Грина**

1. Формула Грина. 2. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

**Тема 62: Применение криволинейного интеграла в геометрии и механике**

1. Площадь плоской фигуры. 2. Длина кривой. 3. Работа силы.

**Тема 63: Поверхностные интегралы 1-го рода**

1. Определение поверхностного интеграла 1-го рода. 2. Существование и вычисление поверхностного интеграла 1-го рода. 3. Простейшие свойства интегралов первого рода

**Тема 64: Поверхностные интегралы 2-го рода**

1. Односторонние и двусторонние поверхности. Ориентация. 2. Определение поверхностного интеграла 2-го рода. 3. Существование и вычисление поверхностного интеграла 2-го рода. 4. Связь с интегралом 1-го рода. 5. Простейшие свойства поверхностного интеграла 2-го рода.

**Тема 65: Теория поля**

1. Скалярное и векторное поля. Потенциальное поле. 2. Теорема Стокса. 3. Теорема Остроградского Гаусса. 4. Поток векторного поля. Дивергенция. 5. Циркуляция. Ротор. 5. Оператор набла.

**Тема 66: Дифференциальные уравнения первого порядка**

1. Общая теория. 2. Уравнения разрешенные относительно производной. 3. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.

**Тема 67: Основные виды дифференциальных уравнений первого порядка**

1. Уравнения с разделенными и разделяющими переменными, а также приводящиеся к ним. 2. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним. 3. Уравнения в полных дифференциалах. 4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения (методы Бернулли и Лагранжа). 5. Уравнение Бернулли.

**Тема 68: Дифференциальные уравнения n-го порядка**

1. Общая теория. 3. Задача Коши. 4. Понижение порядка уравнения.

**Тема 69: Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка**

1. Свойства ЛОДУ. 2. Определитель Вронского. 3. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. 4. Фундаментальная система решений и структура общего решения.

**Тема 70: Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами**

1. Характеристическое уравнение. 2. Структура общего решения.

**Тема 71: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения**

1. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Методы подбора частного решения. 2. Метод вариации произвольных постоянных.

**Тема 72: Системы дифференциальных уравнений**

1. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. 2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. 3. Метод исключения. 4. Метод интегрируемых комбинаций. 5. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. 6. Решение в случае простых корней характеристического уравнения.

**Тема 73: Числовые ряды**

1. Сходимость и сумма ряда. 2. Необходимое условие сходимости. 3. Действия над рядами. 4. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости.

**Тема 74: Знакопередающиеся ряды**

1. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. 2. Абсолютная и условная сходимости.

#### **Тема 75: Степенные ряды**

1. Степенные ряды и их свойства. 2. Теорема Абеля. 3. Радиус сходимости. 4. Разложение функций в степенные ряды. 5. Ряд Тейлора. Остаток ряда и его оценка. 6. Приближенное вычисление значений функции. Приближенное вычисление определенных интегралов. Приближенное решение дифференциальных уравнений.

#### **Тема 76: Ряды Фурье**

1. Периодические функции и их свойства. Ортогональность тригонометрической системы. 2. Тригонометрические ряды Фурье для функций с периодом  $2\pi$ . 3. Ряды Фурье для четных и нечетных функций с периодом  $2\pi$ . 4. Ряды Фурье для функций любого периода.

#### **Тема 77: Бинарные отношения**

1. Декартово произведение. 2. Определение бинарного отношения. 3. Свойства бинарных отношений. 4. Отношение эквивалентности. Отношение порядка.

#### **Тема 78: Элементы математической логики**

1. Логика высказываний. 2. Логические рассуждения. 3. Логика предикатов.

#### **Тема 79: Основы теории графов**

1. Ориентированные графы. 2. Неориентированные графы. 3. Связность графов.

#### **Тема 80: Функции комплексного переменного**

1. Понятие функции комплексного переменного. 2. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. 3. Элементарные функции комплексного переменного.

#### **Тема 81: Дифференцирование функций комплексного переменного**

1. Условия Коши-Римана. 2. Аналитические и гармонические функции.

#### **Тема 82: Интегрирование функции комплексного переменного**

1. Определение, свойства и правила вычисления интеграла от функции комплексного переменного. 2. Теорема Коши. 3. Первообразная и неопределенный интеграл. 4. Формула Ньютона-Лейбница. 5. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши. 6. Формула n-ой производной.

#### **Тема 83: Ряды в комплексной плоскости**

1. Степенные ряды. 2. Ряд Тейлора. 3. Нули аналитической функции. Ряд Лорана. 4. Классификация особых точек. Связь между нулем и полюсом функции

#### **Тема 80: Вычеты функций**

1. Основная теорема о вычетах. 2. Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов.

#### **Тема 81: Вероятностное пространство**

1. Формулы комбинаторики. 2. Алгебра событий. 3. Аксиоматическое определение вероятности. 4. Классическое определение вероятности. 5. Геометрическая вероятность.

#### **Тема 82: Условные вероятности. Независимость событий**

1. Определение условной вероятности. 2. Независимость событий. 3. Формула полной вероятности. 4. Формула Байеса.

#### **Тема 83: Последовательность испытаний. Схема Бернулли**

1. Общее определение последовательности испытаний. 2. Последовательность независимых испытаний. 3. Формула Бернулли. 4. Предельные теоремы в схеме Бернулли. 5. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях.

#### **Тема 84: Случайные величины**

1. Определение случайной величины. 2. Дискретные случайные величины. 3. Функция распределения. 4. Плотность распределения.

#### **Тема 85: Математическое ожидание и дисперсия**

1. Математическое ожидание. 2. Дисперсия. 3. Вероятность попадания нормальной случайной величины в заданный интервал. 4. Вероятность заданного отклонения. 5. Правило трех сигм.

#### **Тема 86: Система случайных величин**

1. Совместные распределения нескольких случайных величин. 2. Независимость случайных величин. 3. Числовые характеристики составляющих двумерной случайной величины. 4. Ковариация. 5. Коэффициент корреляции. 6. Функции регрессии.

#### **Тема 87: Закон больших чисел**

1. Неравенства Чебышева. 2. Теорема Чебышева. 3. Теорема Бернулли. 4. Центральная предельная теорема.

#### **Тема 88: Математическая статистика**

1. Предмет и задачи математической статистики. 2. Генеральная совокупность и выборка. 3. Эмпирическая функция распределения. 5. Полигон и гистограмма. 6. Точечные оценки.

#### **Тема 89: Методы получения точечных оценок Доверительный интервал**

1. Метод максимального правдоподобия. 2. Метод моментов. 3. Понятие доверительного интервала. 4. Доверительный интервал для оценки математического ожидания нормального распределения при известном (при неизвестном)  $\sigma$ . 5. Доверительный интервал для оценки среднего квадратического отклонения нормального распределения.

#### **Тема 90: Проверка статистических гипотез**

1. Статистическая гипотеза. 2. Ошибки первого и второго рода. 3. Критическая область. 4. Область принятия гипотезы. 5. Алгоритм проверки статистических гипотез. 6. Гипотеза о значении генерального среднего. 7. Гипотеза о значении генеральной дисперсии. 8. Гипотеза о равенстве дисперсий. 9. Критерий согласия Пирсона.

#### **Тема 91: Корреляция**

1. Корреляционный анализ. 2. Ранговая корреляция. 3. Выборочное уравнение регрессии. 4. Выборочное уравнение прямой линии регрессии.

### **3.3. Формы и методы проведения занятий, применяемые учебные технологии**

В процессе чтения лекций применяются презентации, содержащие различные виды информации: текстовую, звуковую, графическую, анимации. На практических занятиях – использование тестовых программ для закрепления и контроля знаний, электронных обучающих тетрадей, интерактивных задачник с разным уровнем сложности представления информации.

### **4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы<sup>2</sup> обучающихся по дисциплине**

1. Подготовка к лекциям, практическим занятиям и коллоквиумам.
2. Самостоятельное изучение отдельных тем (вопросов) в соответствии со структурой дисциплины (модуля), составление конспектов.
3. Самостоятельное выполнение лабораторных (практических) работ.
4. Подготовка к тестированию, аудиторной контрольной работе
5. Выполнение домашних заданий
6. Подготовка к промежуточной аттестации.

## **Содержание СРС**

---

<sup>2</sup> Самостоятельная работа студента может быть внеаудиторной (выполняется студентом самостоятельно без участия преподавателя – например, подготовка конспектов, выполнение письменных работ и др.) аудиторной (выполняется студентом л в аудитории самостоятельно под руководством преподавателя – например, лабораторная или практическая работа)

№	Наименование раздела (темы) дисциплины	Вид СРС	Трудо-емкость (в часах)	Формы и методы контроля
1	Элементы линейной алгебры	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
2	Векторная алгебра	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
3	Аналитическая геометрия	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
4	Множества. Комплексные числа	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
5	Предел последовательности		9	Оценка по бально-рейтинговой системе
6	Предел и непрерывность ФОП	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
7	Дифференциальное исчисление ФОП	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
8	Интегральное исчисление	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
9	Предел и непрерывность ФМП	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
10	Дифференциальное исчисление ФМП	Решение задач	9	Оценка по бально-рейтинговой системе
11	Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы	Решение задач	8	Оценка по бально-рейтинговой системе
12	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Решение задач	8	Оценка по бально-рейтинговой системе
13	Числовые и функциональные ряды	Решение задач	8	Оценка по бально-рейтинговой системе
14	Элементы дискретной математики	Решение задач	8	Оценка по бально-рейтинговой системе
15	Элементы теории функций комплексной переменной	Решение задач	8	Оценка по бально-рейтинговой системе
16	Вероятность и статистика	Решение задач	8	Оценка по бально-рейтинговой системе

#### Лабораторные работы или лабораторные практикумы

№	Наименование раздела (темы) дисциплины	Лабораторная работа или лабораторный практикум	Трудоемкость (в часах)	Формы и методы контроля
1	Элементы линейной алгебры	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
2	Векторная алгебра	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка



				активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
3	Аналитическая геометрия	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
4	Множества. Комплексные числа	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
5	Предел последовательности	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
6	Предел и непрерывность ФОП	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
7	Дифференциальное исчисление ФОП	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
8	Интегральное исчисление	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
9	Предел и непрерывность ФМП	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
10	Дифференциальное исчисление ФМП	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
11	Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
12	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Практическое занятие	9	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий

				во время занятий. Отчет СРС
13	Числовые и функциональные ряды	Практическое занятие	8	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
14	Элементы дискретной математики	Практическое занятие	8	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
15	Элементы теории функций комплексной переменной	Практическое занятие	8	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС
16	Вероятность и статистика	Практическое занятие	8	Устный опрос, Оценка активности и выполнения заданий во время занятий. Отчет СРС

#### 4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

##### Семестр 1

Объем видов учебной работы (максимально возможный балл по виду учебной работы)							
Модули	Текущий контроль				Промежуточный контроль		Итого по дисциплине
	Л	П	ИЗ	ТК	Зачет	Экзамен	
Элементы линейной алгебры	6	8	8	6		12	40
Векторная алгебра	4	5	5	4		8	26
Аналитическая геометрия	5	7	7	5		10	34
Итого	15	20	20	15		30	100
Обязательный минимум для допуска к экзамену		Сдача задач по П	Сдача ИЗ, проработок	Сдача контрольных			

##### Семестр 2

Объем видов учебной работы (максимально возможный балл по виду учебной работы)							
Модули	Текущий контроль				Промежуточный контроль		Итого по дисциплине
	Л	П	ИЗ	ТК	Зачет	Экзамен	

					т	мен	
Множества. Комплексные числа	0,6	0,8	0,6	0,8		1,2	4
Предел последовательности	0,9	1,2	0,9	1,2		1,8	6
Предел и непрерывность ФОП	2,7	3,6	2,7	3,6		5,4	18
Дифференциальное исчисление ФОП	2,7	3,6	2,7	3,6		5,4	18
Интегральное исчисление	4,5	6	4,5	6		9	30
Предел и непрерывность ФМП	0,9	1,2	0,9	1,2		1,8	6
Дифференциальное исчисление ФМП	2,7	3,6	2,7	3,6		5,4	18
Итого	15	20	15	20		30	100
Обязательный минимум для допуска к экзамену		Сдача задач по П	Сдача ИЗ, прорабо ток	Сдача контрольных			

### Семестр 3

Объем видов учебной работы (максимально возможный балл по виду учебной работы)								
Модули	Текущий контроль					Промежуточ ный контроль		Итого по дисци плине
	Л	П	ИЗ	ТК		Заче т	Экза мен	
Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы	5,1	6,8	5,1	6,8			10,2	34
Обыкновенные дифференциальные уравнения	6,6	8,8	6,6	8,8			13,2	44
Числовые и функциональные ряды	3,3	4,4	3,3	4,4			6,6	22
Итого	15	20	15	20			30	100
Обязательный минимум для допуска к экзамену		Сдача задач по П	Сдача ИЗ, прорабо ток	Сдача контрол ьных				

### Семестр 4

Объем видов учебной работы (максимально возможный балл по виду учебной работы)					
Модули	Текущий контроль			Промежуто чный контроль	Итого по дисци

								плине
	Л	П	ИЗ	ТК		Заче т	Экза мен	
Элементы дискретной математики	2,5	3,3	2,5	3,3			5	16,6
Элементы теории функций комплексной переменной	2,5	3,3	2,5	3,3			5	16,6
Вероятность и статистика	10	13,4	10	13,4			20	66,8
Итого	15	20	15	20			30	100
Обязательный минимум для допуска к экзамену		Сдача задач по П	Сдача ИЗ, проработок	Сдача КР, сдача ТЗ				

## 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### 6.1. Показатели, критерии и шкала оценивания

Коды оцениваемых компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Показатель оценивания (по п.1.2.РПД)	Шкалы оценивания уровня сформированности компетенций/элементов компетенций		
			Уровни освоения	Критерии оценивания (дескрипторы)	Оценка
ОПК-3	ОПК-3.1. Применяет математический аппарат аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления функции одной переменной ОПК-3.2. Применяет математический аппарат теории функции нескольких переменных, теории функций комплексного переменного, теории рядов,	<b>Знать</b> фундаментальные основы высшей математики; <b>Уметь</b> абстрактно мыслить, применять теоретические знания для решения профессиональных задач, используя инструментальные средства математики в объеме, превышающем обязательный минимум; - анализировать, сравнивать, классифицировать,	Высокий	Освоены все компетенции. Студент показывает отличные теоретические и практические знания по дисциплине. Может самостоятельно найти пути решения поставленной задачи.	отлично
			Базовый	Студент показывает хорошие знания по дисциплине. Может применять	хорошо

	<p>теории дифференциальных уравнений ОПК-3.3. Применяет математический аппарат теории вероятностей и математической статистики ОПК-3.4. Применяет математический аппарат численных методов ОПК-3.5. Демонстрирует понимание физических явлений и применяет законы механики, термодинамики, электричества и магнетизма ОПК-3.6. Демонстрирует знание элементарных основ оптики, квантовой механики и атомной физики.</p>	<p>обобщать, систематизировать изученный материал, выделяя в нем главное; -применять теоретические знания при постановке целей и выборе путей их достижения; <b>Владеть</b> - первичными навыками и основными методами решения математических задач из дисциплин профильной направленности; - методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов;</p>		полученные знания при решении базовых прикладных задач.	
			Минимальный	Студент показывает хорошие теоретические знания. Знает основные алгоритмы решения задач.	удовлетворительно
			Не освоены	Знания студента по дисциплине минимальны.	неудовлетворительно

6.2. Типовые контрольные задания (вопросы) для промежуточной аттестации  
Контрольная работа по теме «Элементы линейной алгебры»

**Вариант 1**

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

**Вариант 2**

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & -8 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 0 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Найти матрицу, обратную к матрице:

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 7 & -1 & 4 \\ 9 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений используя правило Крамера:

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

3. Найти матрицу, обратную к матрице:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -7 & -1 & 8 \\ 2 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом

Гаусса:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1 \\ x - 2y + 4z = 3 \\ 3x - y + 5z = 2 \end{cases}$$

### Вариант 3

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 5 & 4 \\ 5 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы приведением к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Найти матрицу, обратную к матрице:

$$\begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений используя правило Крамера:

$$\begin{cases} 2x - 4y + 9z = 28 \\ 7x + 3y - 6z = -1 \\ 7x + 9y - 9z = 5 \end{cases}$$

### Вариант 4

1. Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 4 \\ 6 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров:

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 & -3 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ -2 & 2 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Найти матрицу, обратную к матрице:

$$\begin{pmatrix} -3 & 7 & 9 \\ 2 & 6 & 4 \\ 5 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом

Гаусса:

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = -1 \\ 2x - y + 2z = -4 \\ 4x + y + 4z = -2 \end{cases}$$

## Контрольная работа по теме «Элементы векторной алгебры»

### Вариант 1

1. Вычислить скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} = \{3, 5, -2\}, \vec{b} = \{8, -5, 3\}$$

2. Найти угол между векторами

### Вариант 2

1. Вычислить векторное произведение векторов:

$$\vec{a} = \{3, 5, -2\}, \vec{b} = \{8, -5, 3\}$$

2. Даны:

$$\bar{a} \text{ и } \bar{p} \text{ где } \bar{p} = \bar{a} - \bar{b} \quad |a| = 2, |b| = 1, \\ (\bar{a}, \bar{b}) = 60^\circ.$$

3. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах :
- $$\bar{a} = 3\bar{p} + \bar{q} \quad \text{и} \quad \bar{b} = \bar{p} - 2\bar{q} \quad \text{где} \quad |p| = 4,$$

$$|q| = 1, (\bar{p}, \bar{q}) = \frac{\pi}{4}$$

4. По координатам вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$  найти:
- а) Угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ;
- б) Объем пирамиды;

$$A_1(1;3;6), A_2(2;2;1), A_3(-1;0;1), A_4(-4;6;-3)$$

$$|a| = 1, |b| = 4, (\bar{a}, \bar{b}) = 60^\circ.$$

$$\text{Найти } |p|, \text{ где } \bar{p} = 3\bar{a} + 2\bar{b}$$

3. Найти площадь треугольника ABC, в котором  $A(2;1;0), B(-2; 4;1), C(-3;-8;4)$
4. По координатам вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$  найти:
- а) Угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_3$ ;
- б) Длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ;

$$A_1(0;-1;-1), A_2(-2;3;5), A_3(1;-5;-9), A_4(-1;-6;3)$$

### Вариант 3

1. Показать, что векторы  $\bar{a} = 2i + 5j + 7k, \bar{b} = i + j - k, \bar{c} = i + 2j + 2k$  компланарны.

2. Найти проекцию вектора  $\bar{p}$  на вектор  $\bar{a}$  где  $\bar{p} = 2\bar{a} + 2\bar{b}, \bar{a} = (-3; 1; -5), \bar{b} = (2; -3; 1)$

3. В треугольнике с вершинами  $A(2;1;0), B(-2; 4;1), C(-3;-8;4)$  найти длину высот, опущенной из вершины C на сторону AB.

4. По координатам вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$  найти:
- а) Длину ребра  $A_2A_3$ ;
- б) Объем пирамиды;

$$A_1(-4;2;6), A_2(2;-3;0), A_3(-10;5;8), A_4(-5;2;-4)$$

### Вариант 4

1. Вычислить смешанное произведение векторов:

$$\bar{a} = \{5, 6, -7\}, \bar{b} = \{9, -2, 3\}, \bar{c} = \{9, -2, 0\}$$

2. Вычислить

$$|6\vec{p} - \vec{q}|, \text{ если } |\vec{p}| = 2\sqrt{2}, |\vec{q}| = 3, (\vec{p}, \vec{q}) = \frac{\pi}{4}$$

3. Зная две стороны  $AB(-3;-2; 6), BC(-2; 4;4)$  треугольника ABC, вычислить длину высоты AD.
4. По координатам вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$  найти:

а) Косинус угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ;

б) Длину высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ ;

$$A_1(3;-1;-2), A_2(-1;2;3), A_3(-2;4;4), A_4(4;3;2)$$

## Контрольная работа по теме «Аналитическая геометрия»

### Вариант 1

1. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых  $2x - y - 1 = 0$  и  $3x - y + 4 = 0$  параллельно прямой  $4x + 2y - 13 = 0$
2. Найти угол между высотой AD и

### Вариант 4

1. Площадь треугольника ABC, в котором  $A(-2;1), B(2; 2), C(4; y)$  равна 15. Найти ординату вершины C.
2. Через точку пересечения прямых  $2x - y = 0$  и  $x + 3y - 1 = 0$  проведена

медианой АЕ в треугольнике с вершинами в точках А(1;3), В(4;-1), С(-1;1)

3. Из точки Р(2;-1;3) опущен на плоскость перпендикуляр, его основание – точка М(1;2;4). Найдите уравнение плоскости.

4. Найдите точку пересечения прямой  $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-3}{7}$  и плоскости  $2x + 2y + z - 26 = 0$ .

прямая, перпендикулярная прямой  $y = 3 - x$ . Найдите ее уравнение.

3. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точки А(-1;-2;0) и В(1;1;2) и перпендикулярной к плоскости  $x + 2y + 2z - 4 = 0$ .

4. Найдите угол между прямой, которая проходит через точки А(-1;0;-5), В(1;2;0) и плоскостью  $x - 3y + z + 5 = 0$ .

### Вариант 3

1. В треугольнике с вершинами А(2;1), В(-2; 4), С(-3;-8) найти уравнение высоты, опущенной из вершины С на сторону АВ, уравнение медианы ВМ, расстояние от точки С до прямой АВ.

2. Найдите точку N, симметричную точке М(0;-3) относительно прямой  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1,5}{-1}$

3. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точки М<sub>1</sub>(1,-2,0), М<sub>2</sub>(1,1,-2), М<sub>3</sub>(3,0,1).

4. При каком значении λ плоскость  $5x - 3y + \lambda z + 1 = 0$  будет параллельна прямой  $\begin{cases} x - 4z - 1 = 0 \\ y - 3z + 2 = 0 \end{cases}$

### Вариант 2

1. Даны  $2x - y = 0$  и  $x + 3y - 1 = 0$  - уравнения двух смежных сторон параллелограмма, А(10, -3) и В(-5;0) – координаты двух его вершин. Напишите уравнения диагоналей этого параллелограмма.

2. Напишите уравнение плоскости, которая проходит через ось Oz и точку М(2;-4;3).

3. Прямая задана общим уравнением. Напишите ее канонические и параметрические уравнения:

$$\begin{cases} 2x + 2y + z + 9 = 0 \\ x - y + 3z - 1 = 0 \end{cases}$$

4. Даны точки А(1;3;-2) и В(7;-4;4). Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку В и перпендикулярной отрезку АВ.

### Контрольная работа по теме «Предел функции»

#### Вариант 1

Вычислить пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3 + x} - x}$

2.  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-b} - \sqrt{a-b}}{x^2 - a^2}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \operatorname{tg}^2 \sqrt{x})^{\frac{1}{2x}}$

#### Вариант 2

Вычислить пределы:

1.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$

2.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \sin x}{\cos 2x}$

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 4x + 2} \right)^x$



$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+x) - \ln a}{x}$$

Вариант 3

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 + 1}}{4\sqrt{x^4 + 1} - 5\sqrt{x^4 + 1}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{x \sin 2x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln x - 1}{x - 1}$$

Вариант 4

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sqrt{2} \cos x - 1}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$$4. \lim \left( \frac{2x+3}{2x+1} \right)^{x+1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$$

Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление ФОП»

Вариант 1

1. Найти производную от функции:

$$y = (\cos x)^{\frac{2}{x}}$$

2. Найти производную от функции:

$$y = \operatorname{arctg} \sqrt{x-1} + 2 \ln \sqrt{x-1}$$

3. Составить уравнения касательной и нормали функции в заданной точке:

$$y = 3 - x^2 + 2x, \quad x_0 = 1$$

4. Найдите точки перегиба функции

Вариант 2

1. Найти производную от функции:

$$y = (x^2 + 3)^{\operatorname{tg} x}$$

2. Найти производную от функции:

$$y = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{tg}(x^2 + 1) + e^{\sqrt{x+3}}$$

3. Составить уравнения касательной и нормали функции в заданной точке:

$$x = t^2, \quad y = t^3, \quad t_0 = 2$$

4. Исследуйте на экстремум функцию

$$y = 3x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 12.$$

5. Найти предел, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\operatorname{tg} x}$$

$$y = \frac{x^2}{x-1}$$

5. Найти предел, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$$

### Вариант 3

1. Найти производную от функции:

$$y = \sqrt{x}^{\arcsin x}$$

2. Найти производную от функции:

$$y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{ctg} 3x - 2^{x^2}$$

3. Составить уравнения касательной и нормали функции в заданной точке:

$$x = \sin^2 t, \quad y = \cos^2 t, \quad t_0 = \frac{\pi}{4}$$

4. Найдите экстремумы функции  $y = x^2 e^{-x}$ .

5. Найти предел, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{x}$$

### Вариант 4

1. Найти производную от функции:

$$y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} \frac{x}{2}}$$

2. Найти производную от функции:

$$y = \left( \arcsin \frac{x}{3} \right)^2 + \sqrt{9-x}$$

3. Составить уравнения касательной и нормали функции в заданной точке:

$$y = -x^2 + 4x - 3, \quad x_0 = 2$$

4. Найдите точки перегиба функции

$$y = \frac{2x^2}{1+x^2}$$

5. Найти предел, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$$

## Контрольная работа по теме «Неопределенный интеграл»

### Вариант 1

Вычислите интегралы:

5.  $\int \frac{2x+1}{(x-2)(x+3)} dx$

6.  $\int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx$

7.  $\int \ln(1+x) dx$

8.  $\int \frac{dx}{2 \sin x + 5 \cos x}$

### Вариант 2

Вычислите интегралы:

1.  $\int \frac{x+5}{3x(2x-5)} dx$

2.  $\int \frac{\sqrt{x}}{3x + \sqrt[3]{x^2}} dx$

3.  $\int x \arcsin x dx$ .

$$9. \int \frac{5x-3}{\sqrt{2x^2+8x+1}} dx$$

$$4. \int \sin^2 x \cos^2 x dx$$

$$5. \int \frac{(2x+5)dx}{\sqrt{9x^2+6x+2}}$$

### Вариант 3

Вычислите интегралы:

$$5. \int \sin^{7/2} x \cos x dx$$

$$6. \int \frac{dx}{\sqrt{2x-1} - \sqrt[4]{2x-1}}$$

$$7. \int x e^{-x} dx$$

$$8. \int \frac{xdx}{\sqrt{5+x-x^2}}$$

$$9. \int \frac{x}{x^3-1}$$

### Вариант 4

Вычислите интегралы:

$$1. \int \frac{(x-1)dx}{x^2+3x-10}$$

$$2. \int \operatorname{tg}^3 x dx$$

$$3. \int x \operatorname{arctg} x dx$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$$

$$5. \int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}$$

## Контрольная работа по теме «Приложения определенного интеграла»

### Вариант 1

1. Найти длину кривой  $\rho = a(1 + \cos \varphi)$
2. Найти центр тяжести фигуры, ограниченной параболой  $y = -ax^2 + b$  ( $a > 0, b > 0$ ) и осью OX.

### Вариант 2

1. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = 4 - x^2$  и  $y = x^2 - 2x$
2. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной линиями  $2x - y - 2 = 0, y = 0, x = 3$

### Вариант 3

1. Найти площадь фигуры ограниченной кривой:  $\rho = 3(1 + \sin \varphi)$
2. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX кривой:  $y^2 = 16x$  отсеченной прямой  $x=4$

### Вариант 4

1. Найти длину дуги кривой:  $y = \ln \cos x$  от  $x=0$  до  $x = \frac{\pi}{6}$
2. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси OX астроида:  $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ .

### Вариант 5

1. Найдите длину дуги кривой:  
 $x = 3 \sin t + 4 \cos t, y = 4 \sin t - 3 \cos t$
2. Найдите центр тяжести однородной дуги окружности  $x^2 + y^2 = R^2$ , расположенной в третьей координатной четверти.

### Вариант 6

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной осью  $Ox$  и одной аркой циклоиды  $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ )
2. Найдите статический момент фигуры, ограниченной линиями, относительно оси  $Ox$ :  
 $y = \cos x, y = 0$  от точки  $x_1 = -\frac{\pi}{2}$  до точек  $x_2 = \frac{\pi}{2}$

### Вариант 7

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной кривой:  $\rho = a \cos 2\varphi$ , от  $\varphi = -\frac{\pi}{4}$  до  $\varphi = \frac{\pi}{4}$
2. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  области, ограниченной параболой  $y = x^2 + 1$  и прямой  $y = 3x - 1$ .

### Вариант 8

1. Найдите длину дуги кривой  $x = \cos t + t \sin t, y = \sin t - t \cos t$ , от  $t = 0$  до  $t = \frac{\pi}{4}$
2. Найдите объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями  $2y = 16 - x^2, y - 4 = 0, y = 0$

## Контрольная работа по теме «Ряды»

### Вариант 1

1. Исследовать на сходимость ряд:  
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$$
2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt{n}}$
3. Найти множество сходимости степенного ряда:  
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}$$
4. Пользуясь основными разложениями, написать разложения в степенной ряд относительно  $x$  следующих функций:  
$$f(x) = \frac{1}{1+3x}$$

### Вариант 2

1. Установить сходимость или расходимость ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^4 + n^2 - 1}}$
2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряда:  
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2n+1)}$$
3. Найти множество сходимости степенного ряда:  $\sum_{n=1}^{\infty} (x+1)^n \left( \frac{3n+1}{3n} \right)^n$
4. Пользуясь основными разложениями, написать разложения в степенной ряд относительно  $x$  следующих функций:  
$$f(x) = \ln(10+x)$$

**Вариант 3**

1. Исследовать на сходимость ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}$$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n!}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot (3n-1)}$$

3. Найти множество сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n-1) 3^{n-1} x^{n-1}$$

4. Пользуясь основными разложениями, написать разложения в степенной ряд относительно
- $x$
- следующих функций:

$$f(x) = \sqrt{1-2x}$$

**Вариант 4**

1. Исследовать на сходимость ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n}$$

2. Исследовать на абсолютную и условную

$$\text{сходимость ряда: } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (n+3)}{n^2 + 4}$$

3. Найти множество сходимости степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n(n+2)}$$

4. Пользуясь основными разложениями, написать разложения в степенной ряд относительно
- $x$
- следующих функций:

$$f(x) = x \ln(1+x)$$

**Контрольная работа по теме «Дифференциальные уравнения»**

В задачах 1 – 10 найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка.

- |  |  |
|--|--|
| 1. $xy' = y \ln \frac{y}{x}$ .           | 2. $y' \cdot \operatorname{ctg} x - y = 2 \cos^2 x \cdot \operatorname{ctg} x$ . |
| 3. $(x^2 - 1) \cdot y' - xy = x^3 - x$ . | 4. $x^2 y' = 2xy + 3$ .  |
| 5. $xy' - 2y + x^2 = 0$ .                | 6. $(x + 2y)dx - xdy = 0$ .  |
| 7. $xy' - 2y = 2x^4$ .                   | 8. $y' + 2xy = -x \cdot e^{-x^2}$ .  |
| 9. $x^2 y' + xy + 1 = 0$ .               | 10. $(x + 1) \cdot y' + y = x^3 + x^2$ .   |

В задачах 11 – 20 найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка.

- |  |                                   |
|--|-----------------------------------|
| 11. $(1 - x^2) \cdot y'' - xy' = 2$ .          | 12. $x^3 y'' + x^2 y' = 1$ .      |
| 13. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$ . | 14. $y'' x \ln x = y'$ .          |
| 15. $xy'' = y'$ .                              | 16. $y'' = y' + x$ .              |
| 17. $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$ .       | 18. $xy'' - y' = x^2 \cdot e^x$ . |
| 19. $2yy'' = 1 + (y')^2$ .                     | 20. $y''(1 + y) = 5(y')^2$ .      |

В задачах **21 – 30** найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее указанным начальным условиям.

- |            |   |                       |                         |
|------------|---|-----------------------|-------------------------|
| <b>21.</b> | $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3;$           | $y(0) = \frac{4}{3},$ | $y'(0) = \frac{1}{27}.$ |
| <b>22.</b> | $y'' - y = 9x \cdot e^{2x};$              | $y(0) = 0,$           | $y'(0) = -5.$           |
| <b>23.</b> | $y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2;$         | $y(0) = 0,$           | $y'(0) = 2.$            |
| <b>24.</b> | $y'' - 3y' + 2y = (3 - 4x) \cdot e^{2x};$ | $y(0) = 0,$           | $y'(0) = 0.$            |
| <b>25.</b> | $y'' - 4y' + 20y = 16x \cdot e^{2x};$     | $y(0) = 1,$           | $y'(0) = 2.$            |
| <b>26.</b> | $y'' - y = (14 - 16x) \cdot e^{-x};$      | $y(0) = 0,$           | $y'(0) = -1.$           |
| <b>27.</b> | $y'' + 5y' + 6y = 52 \sin 2x;$            | $y(0) = -2,$          | $y'(0) = -2.$           |
| <b>28.</b> | $y'' - 4y = 8 \cdot e^{2x};$              | $y(0) = 1,$           | $y'(0) = -8.$           |
| <b>29.</b> | $y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7 \cos x;$    | $y(0) = 2,$           | $y'(0) = 7.$            |
| <b>30.</b> | $y'' - 9y' + 18y = 26 \cos x - 8 \sin x;$ | $y(0) = 0,$           | $y'(0) = 2.$            |

В задачах **31 – 40** найти решение системы дифференциальных уравнений, удовлетворяющее заданным начальным условиям, двумя способами: а) с помощью характеристического уравнения; б) методом операционного исчисления.

- |            |   |            |  |
|------------|---|------------|--|
| <b>31.</b> | $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = x + y; \end{cases}$ $x(0) = 1, \quad y(0) = 0.$      | <b>32.</b> | $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y; \end{cases}$ $x(0) = 1, \quad y(0) = 2.$  |
| <b>33.</b> | $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -4x + y; \end{cases}$ $x(0) = 1, \quad y(0) = 3.$    | <b>34.</b> | $\begin{cases} x' = x - y, \\ y' = -4x + 4y; \end{cases}$ $x(0) = 2, \quad y(0) = 1.$  |
| <b>35.</b> | $\begin{cases} x' = -2x + y, \\ y' = -3x + 2y; \end{cases}$ $x(0) = 1, \quad y(0) = 3.$ | <b>36.</b> | $\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = -6x - 3y; \end{cases}$ $x(0) = 1, \quad y(0) = 2.$ |
| <b>37.</b> | $\begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = x + 3y; \end{cases}$ $x(0) = 2, \quad y(0) = 3.$    | <b>38.</b> | $\begin{cases} x' = 8x - 3y, \\ y' = 2x + y; \end{cases}$ $x(0) = 3, \quad y(0) = 1.$  |
| <b>39.</b> | $\begin{cases} x' = 7x - 3y, \\ y' = x + 5y; \end{cases}$ $x(0) = 1, \quad y(0) = 2.$   | <b>40.</b> | $\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x + 4y; \end{cases}$ $x(0) = 1, \quad y(0) = 1.$  |

**Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»**

1. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  и полный дифференциал  $dz, d^2z$

1.1. $z = \sqrt{x} + e^{x^2 - y}$	1.2. $z = 5y - \cos(yx^2)$
1.3. $z = \arcsin(x^2 y)$	1.4. $z = \sin(x^3) + 2y - \frac{x}{y}$
1.5. $z = \operatorname{ctg}(x^2 - xy)$	1.6. $z = \ln(5xy^2 + 4)$
1.7. $z = \sin \sqrt{xy^3}$	1.8. $z = \cos(x^2 y^3 + x)$
1.9. $z = \operatorname{tg} \sqrt[3]{x^2 y}$	1.10. $z = \operatorname{arctg}(x + 3y)$

2. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ :

2.1.  $z = u^2 \ln v; u = x^2 y, v = \sin^3 x$ .

2.2.  $z = \sin\left(\frac{u^3}{v}\right); u = \ln(3xy^2), v = 3xy$ .

2.3.  $z = \frac{u^2}{v}; u = x - 3y, v = e^{x^2 y}$ .

2.4.  $z = ve^u; u = \sin(xy), v = x^2 - y$ .

2.5.  $z = \ln(u^2 - v^2 + 2); u = \frac{x}{y}, v = 5y$ .

2.6.  $z = u^v; u = x^2, v = \sqrt{y} - x^2 y$ .

2.7.  $z = \ln \frac{u}{v}; u = x + 2, v = 5xy^2$ .

2.8.  $z = \cos(uv^2); u = x^2 y, v = -3(x + y)$ .

2.9.  $z = 2u^3 v - 3; u = e^{xy^2}, v = \operatorname{tg} x + 2$ .

2.10.  $z = \operatorname{arctg}(uv); u = \frac{x^2}{y}, v = x + 3$ .

3. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке  $M_0$ :

3.1.  $x^2 + y^2 + z^2 + 5z - 3x - 13 = 0, M_0(1, 1, 2)$ .

3.2.  $z + 1 = x^2 + y^2, M_0(1, 2, 4)$ .

3.3.  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}, M_0\left(4, 4, \frac{\pi}{4}\right)$ .

3.4.  $2x^2 + 3y^2 + z^2 = 6, M_0(1, 1, 1)$ .

- 3.5.  $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 15, M_0(1,1,2)$ .
- 3.6.  $x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 + 4 = 0, M_0\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .
- 3.7.  $z - 1 = x^2 + 2y^2, M_0(1,1,4)$ .
- 3.8.  $z^2 = xy, M_0(1,1,-1)$ .
- 3.9.  $x^2 + y^2 - xz - yz = 0, M_0(0,1,1)$ .
- 3.10.  $5z^2 = x^2 + y^2, M_0(1,2,1)$ .

4. Исследовать на экстремум функцию:

- 4.1.  $z = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$
- 4.2.  $z = x^3 + y^3 - 3xy$ .
- 4.3.  $z = 6x^2 - 7xy + 2y^2 - 3y + 6x$
- 4.4.  $2z = 2x^3 + 16y^3 - 12xy + 10$
- 4.5.  $z = 3x^3 + 24y^3 - 18xy + 2$
- 4.6.  $z = 2xy - 2x^2 - y^2 + 5$
- 4.7.  $z = 2xy - 6x^2 - 4y^2 + 2$
- 4.8.  $z = 4x^2 - 5xy + 3y^2 - 9x - 8y$
- 4.9.  $z = 4xy - 4x^2 - 8y^2$
- 4.10.  $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 2$

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области, ограниченной линиями:

- 5.1.  $z = 3 - 2x^2 - xy - y^2; x = 1, y = 0, y = x$ .
- 5.2.  $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x; x - y + 1 = 0, x = 3y = 0$ .
- 5.3.  $z = x^2 + xy; x = -1, x = 1, y = 0, y = 3$ .
- 5.4.  $z = x^2 + y^2 - 2x - 2y + 8; x = 0, y = 0, x + y - 1 = 0$ .
- 5.5.  $z = x^2 + 2y^2 + 1; x = 0, y = 0, x + y = 3$ .
- 5.6.  $z = 3x^2 + 6x + y^2 - y + 2; x = 0, y = 0, x - y = 1$ .
- 5.7.  $z = 2xy + x + y^2; x = 0, x = 1, y = 0, y = -1$ .
- 5.8.  $z = x^2 + 4x + 2y + 8y^2 + 2; x = 0, y = 0, x - 3y = 9$ .



5.9.  $z = x^2 + 2xy + 4x - y^2; x = 0, y = 0, x - y + 2 = 0.$

5.10.  $z = xy - x - 2y; y = x, x = 3, y = 0$

## Контрольная работа по теме «Кратные интегралы»

### Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_2^4 dx \int_{\sqrt{4-x^2}}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy$$

2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$

перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования  $D = \{(x, y) : (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y+x \geq 0\}$

3. Вычислить площадь той части плоскости  $6x + 3y + 2z = 12$ , которая заключена в первом октанте.
4. Вычислить:

$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, \quad z \in \partial V : x^2 + y^2 = z^2, z=1$$

### Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^3 dy \int_0^{2y/3} f(x, y) dx + \int_3^4 dy \int_{1-\sqrt{4-y}}^{1+\sqrt{4-y}} f(x, y) dx$$

2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$

перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования

$D$  – треугольник с вершинами  $O(0,0)$ ,  $A(1,1)$ ,  $B(-1,1)$ .

- 3.
4. Найти площадь поверхности  $2z = x^2 + y^2$ , расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = 1$

### Вычислить объем тела:

$$z = 4x^2 + 2y^2 + 1, \quad x + y - 3 = 0, \\ x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

### Вариант 3

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_{0.5y}^{2y} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{0.5y}^{2/y} f(x, y) dx$$

2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$

перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования

$$D = \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 \geq 1, 0 \leq x \leq 1, \right. \\ \left. 0 \leq y \leq 1 \right\}$$

3. Найти массу треугольника  $OAB$ , если  $O(0,0)$ ,  $A(1,-1)$ ,  $B(1,1)$ , а плотность равна

$$\rho = \sqrt{x^2 - y^2}.$$

4. Вычислить объем тела:

$$x^2 + y^2 - z = 1, \quad z = 0$$

### Вариант 4

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_1^3 dy \int_{y^2+3}^{4y} f(x, y) dx$$

2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$

перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования

$D$  – квадрат с вершинами  $O(0,0)$ ,  $A(0,1)$ ,  $B(1,0)$ ,  $C(1,1)$ .

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой:  
 $3x^2 - 4y = 0, 2x - 4y + 1 = 0$

4. **Вычислить**

$$\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, \quad z \in \partial V : x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0$$

**Вариант 5**

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-2}^4 dy \int_{\frac{1}{2}y^2}^4 f(x, y) dx$$

2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования  
 $D = \{(x, y) : (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y-x \geq 0\}$
3. Вычислить площадь области, ограниченной линиями:  
 $x^2 = y, 4y = x^2, y = 4$
4. Вычислить:

$$\iiint_V (x^2 - y^2) dx dy dz, \quad \text{где } V : x^2 + y^2 = 2z, z = 2$$

**Вариант 6**

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dx \int_{8x^3}^{4x+4} f(x, y) dy$$

2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования  
 $D$  – треугольник с вершинами  $O(0,0), A(1,1), B(1,-1)$ .
3. Найти площадь поверхности  $z = \frac{xy}{a}$ , расположенной внутри цилиндра  
 $x^2 + y^2 = a^2$   
 Вычислить объем тела:  
 $2x + 3y + 4z = 12, x = 0, y = 0, z = 0$ .

**Вариант 7**

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_1^4 dx \int_{x^2}^{2x^2} f(x, y) dy$$

2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования  
 $D = \left\{ (x, y) : \begin{array}{l} x^2 + y^2 \leq 1, y \leq x, \\ \frac{x}{2} \leq y, \end{array} \right\}$
3. Найти массу однородной пластинки, ограниченной линиями:  
 $y = x^2 - 2x, y = x$ .
4. Вычислить объем тела:  
 $x^2 = y, y = 1, z = x^2 + y^2, z = 0$

**Вариант 8**

1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^4 dx \int_{3x^2}^{12x} f(x, y) dy$$

2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования  
 $D$  – квадрат с вершинами  
 $A(-1,1), B(1,1), C(1,0), D(-1,0)$
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой:  
 $y^2 = x + 1, x + y = 1$
4. Вычислить  
 $\iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, \quad \text{где } V : x^2 + y^2 = 2x,$   
 $y = 0, z = 0, z = 3$

**Вариант 9**

1. Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{2x}^{3x} f(x, y) dy$
2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования  $D = \{(x, y) : (x+1)^2 + y^2 \leq 1, y+x \geq 0\}$
3. Вычислить момент инерции однородной пластинки, ограниченной линиями:  $y = \frac{x}{2}, x = a, y = a$  относительно оси  $Ox$ .
4. Вычислить:  $\iiint_V z \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, z \in V : y^2 = 3x - x^2, z = 0, z = 2$

**Вариант 10**

1. Изменить порядок интегрирования  $\int_{-1}^0 dx \int_{x^2}^{2-x^2} f(x, y) dy$
2. В двойном интеграле  $\iint_D f(x, y) dx dy$  перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования  $D$  – треугольник с вершинами  $O(0,0), A(1,1), B(-1,1)$ .
3. Найти площадь поверхности  $z = x^2 + y^2$ , расположенной внутри цилиндра  $x^2 + y^2 = 4$
4. Вычислить объем тела:  $4z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 = 2x, z = 0$ .

**Контрольная работа по теме «Криволинейные и поверхностные интегралы»****Вариант 1**

1.  $\int_L (x^2 + y^2 - z) dl$ , где  $L$  – дуга цепной линии  $x = \cos t, y = \sin t, z = t, 0 \leq t \leq \pi$ .
2. Вычислить криволинейный интеграл второго рода:  $\int_{AB} (x^2 - 2xy) dx + (2xy + y^2) dy$ , где кривая  $AB$  задана уравнением  $y = x^2, A(1; 1), B(2; 4)$
3. Вычислить:  $\iint_S (z + 2x + \frac{4}{3}y) ds$ , где  $S$  – часть плоскости  $6x + 4y + 3z = 11$ , лежащая в I октанте.
4. Применяя формулу Остроградского, вычислить поверхностный интеграл второго рода:  $\iint_S yz dx dy + xz dy dz + xy dz dx$ , где  $S$  – внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте и составленной из цилиндра  $x^2 + y^2 = R^2$  и плоскостей  $x = 0, y = 0, z = 0, z = H$ .

**Вариант 4**

1. Вычислить криволинейный интеграл первого рода:  $\int_L \frac{z^2}{x^2 + y^2} ds, L : x = a \cos t, y = a \sin t, z = at, 0 \leq t \leq 2\pi$ .
2. Пользуясь формулой Грина, вычислить криволинейный интеграл  $\oint_L xy^2 dy - x^2 y dx$  по окружности  $x^2 + y^2 = a^2$  в направлении против хода часовой стрелки.
3. Вычислить:  $\iint_S x^2 ds$ , где  $S$  – боковая поверхность конуса  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}, 0 \leq z \leq h$
4. Применяя формулу Остроградского, вычислить поверхностный интеграл второго рода:

	$\iint_S y^2 z dx dy + x z^2 dy dz + x^2 y dx dz,$ <p>где <math>S</math> - внешняя сторона поверхности, расположенной в первом октанте и составленной из параболоида вращения <math>z = x^2 + y^2</math> и цилиндра <math>x^2 + y^2 = 1</math> и координатных плоскостей.</p>
<p style="text-align: center;"><b>Вариант 3</b></p> <p>1. <math>\int_L (2x - 3y) dl</math>, где <math>L</math> - контур треугольника <math>ABC</math> с вершинами <math>A(1;2)</math>, <math>B(3;1)</math> и <math>C(2;5)</math>.</p> <p>2. Убедившись, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом, вычислить криволинейный интеграл:  <math display="block">\int_{(-2,-1)}^{(3,0)} (x^4 + 4xy^3) dx + (6x^2y^2 - 5y^4) dy.</math></p> <p>3. Вычислить:  <math display="block">\iint_S z^4 ds,</math> где <math>S</math> - боковая поверхность конуса <math>4(x^2 + y^2) = z^2, 0 \leq z \leq 2</math></p> <p>4. Применяя формулу Остроградского, вычислить поверхностный интеграл второго рода:  <math display="block">\iint_S xz dx dy + xy dy dz + yz dx dz,</math> где <math>S</math> - внешняя сторона пирамиды, составленной плоскостями <math>x = 0, y = 0, z = 0, x + y + z = 1</math>.</p>	<p style="text-align: center;"><b>Вариант 2</b></p> <p>1. <math>\int_L \frac{y^2}{x} ds,</math> <math>L</math>: дуга параболы <math>y^2 = 2x</math> от точки <math>(1; \sqrt{2})</math> до <math>(2;2)</math></p> <p>2. Вычислить криволинейный интеграл первого рода:  <math display="block">\int_L 2xy dx - x^2 dy,</math> <math>L</math> - отрезок <math>OA, O(0,0), A(2,1)</math></p> <p>3. Вычислить:  <math display="block">\iint_S z^3 ds,</math> где <math>S</math> - верхняя часть полушара <math>x^2 + y^2 + z^2 = R^2, z \geq 0</math></p> <p>4. Применяя формулу Остроградского, вычислить поверхностный интеграл второго рода:  <math display="block">\iint_S z^3 dx dy + x^3 dy dz + y^3 dx dz,</math> где <math>S</math> - внешняя сторона сферы <math>x^2 + y^2 + z^2 = a^2</math>.</p>

## Контрольная работа по теме «Теория вероятностей и мат. статистика»

### Задание 1.

1. Электrolампы изготавливаются на 3 заводах. Первый завод производит 45% общего количества электrolамп, второй - 40%, третий - 15%. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второй - 80%, третий - 81%. В магазин поступает продукция всех трех заводов. Какова вероятность, что купленная в магазине лампа окажется стандартной.

2. Вероятность выхода из строя за время  $T$  одного конденсатора равна 0,2. Определить вероятность того, что за время  $T$  из 100 конденсаторов, работающих независимо, выйдут из строя от 14 до 26 конденсаторов.

3. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор

сработает, равно 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

4. Электрическая схема состоит из трех блоков, работающих независимо друг от друга. Вероятность того, что каждый из них работает исправно, соответственно равна  $p_1=0,8$ ,  $p_2=0,4$ ,  $p_3=0,7$ . Схема годна к эксплуатации при наличии двух исправных блоков из трех. Определить вероятность того, что схема будет работать.

5. У сборщика имеется 16 деталей, изготовленных заводом №1 и 4 детали – заводом №2. Наудачу взяты две детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом №1.

6. Вероятность появления бракованной детали равна 0,008. Найти вероятность того, что из 600 случайно отобранных деталей окажется 4 бракованных.

7. В партии из 1000 изделий имеются 10 дефектных. Найти вероятность того, что среди 50 изделий, взятых наудачу из этой партии, ровно три окажутся дефектными.

8. Три стрелка в одинаковых и независимых условиях произвели по одному выстрелу по одной и той же цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вторым – 0,8, третьим – 0,7. Найти вероятность того, что: а) только один из стрелков попал в цель; б) только два стрелка попали в цель; в) все три стрелка попали в цель.

9. При установившемся технологическом процессе фабрика выпускает в среднем 70% продукции первого сорта. Чему равна вероятность того, что в партии из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760?

10. Имеются три машины, которые изготавливают соответственно 35%, 20% и 45% некоторых однотипных деталей. Причем первая машина дает 6% брака, вторая – 4%, третья – 2%. Случайно выбранное изделие оказалось бракованным. Какова вероятность того, что бракованное изделие изготовлено на первой машине.

**Задание 2.** Задан закон распределения случайной величины  $X$  (в первой строке таблицы даны возможные значения величины  $X$ , а во второй строке указаны вероятности  $p$  этих возможных значений). Найти: 1) математическое ожидание  $M(X)$ ; 2) дисперсию  $D(X)$ ; 3) среднее квадратическое отклонение  $\sigma$ .

1.	$X$	23	25	28	29
	$p$	0,3	0,2	0,4	0,1
3.	$X$	35	39	42	46
	$p$	0,1	0,3	0,2	0,4
5.	$X$	18	22	23	26
	$p$	0,2	0,3	0,4	0,1

2.	$X$	17	21	25	27
	$p$	0,2	0,4	0,3	0,1
4.	$X$	12	16	19	21
	$p$	0,1	0,5	0,3	0,21

В задачах **6 – 10** задана случайная величина  $X$  функцией распределения  $F(x)$ . Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

$$6. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$7. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^3, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

$$8. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 2 \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{6}; \\ 1, & x > \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

$$9. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq \frac{3\pi}{4}; \\ \cos 2x, & \frac{3\pi}{4} < x \leq \pi; \\ 1, & x > \pi. \end{cases}$$

$$10. \quad F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2; \\ \frac{x}{2} - 1, & 2 < x \leq 4; \\ 1, & x > 4. \end{cases}$$

**Задание 3.** Найти методом произведений: а) выборочную среднее  $x_B$ ; б) выборочную дисперсию  $D_B$ ; в) выборочное среднее квадратическое отклонение  $\sigma_B$  по данному статистическому распределению выборки. Построить полигон частот данного признака  $X$ .

<b>1.</b>	$x_i$	21	28	35	42	49	56	63
	$n_i$	7	11	12	60	5	3	2

<b>2.</b>	$x_i$	105	110	115	120	125	130	135
	$n_i$	4	6	10	40	20	12	8

<b>3.</b>	$x_i$	18	23	28	33	38	43	48
	$n_i$	1	6	8	30	10	4	1

<b>4.</b>	$x_i$	100	110	120	130	140	150	160
	$n_i$	4	6	10	40	30	12	8

<b>5.</b>	$x_i$	26	32	38	44	50	56	62
	$n_i$	5	15	40	25	8	4	3

<b>6.</b>	$x_i$	100	105	110	115	120	125
	$n_i$	20	19	15	25	13	8

<b>7.</b>	$x_i$	45	50	55	60	65	70	75
	$n_i$	4	6	10	40	20	12	8

<b>8.</b>	$x_i$	65	70	75	80	85	90	95	
	$n_i$	18	5	15	26	11	16	9	
<b>9.</b>	$x_i$	110	115	120	125	130	135	140	
	$n_i$	5	10	30	25	15	10	5	
<b>10.</b>	$x_i$	10,2	10,4	10,6	10,8	11	11,2	11,4	11,6
	$n_i$	2	3	8	13	25	20	12	10

### *Перечень экзаменационных вопросов*

#### **Семестр 1**

1. Определители. Определители второго и третьего порядка.
2. Определители n-го порядков. Свойства определителя.
3. Матрицы. Определение прямоугольной и квадратной матрицы. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц.
4. Определение обратной матрицы и ее нахождение.
5. Ранг матрицы. Нахождение ранга матрицы методом окаймления.
6. Системы линейных алгебраических уравнений. Общие понятия. Матричная запись СЛУ.
7. Формулировка теоремы Кронекера-Капелли. Решение линейной системы матричным способом. Теорема Крамера.
8. Однородная система уравнений и ее решение. Метод Гаусса.
9. Нахождение ранга матрицы СЛУ с помощью элементарных преобразований.
10. Геометрический вектор. Определение вектора. Линейные операции над векторами.
11. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов.
12. Базис на прямой, на плоскости и в пространстве. Формулировка теоремы о разложении вектора по базисам.
13. Проекция вектора на ось. Проекция и его свойства. Правые и левые тройки векторов.
14. Ортонормированные базисы на плоскости и в пространстве.
15. Прямоугольная система координат в пространстве и на плоскости. Полярная система координат
16. Скалярное произведение векторов. Определение и свойства. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов. Скалярное произведение векторов в координатной форме.
17. Векторное произведение. Определения векторного произведения векторов. Свойства. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов. Векторное произведение векторов в координатной форме. Площадь треугольника.
18. Смешанное произведение векторов. Определение и свойства. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов. Объем пирамиды.
19. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой. Каноническое уравнение. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой в отрезках.
20. Углы между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых.
21. Нормальное уравнение прямой. Нормирующий множитель. Приведение общего уравнения к нормальному виду. Расстояние от точки до прямой.
22. Плоскость в пространстве. Общее и нормальное уравнение плоскости. Углы между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости через три заданные точки.



23. Нормирующий множитель. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду. Расстояние от точки до плоскости.
24. Прямая в пространстве. Каноническое и параметрическое уравнение прямой в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Углы между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности между прямыми в пространстве.
25. Кривые второго порядка. Канонические уравнения параболы.
26. Кривые второго порядка. Канонические уравнения эллипса.
27. Кривые второго порядка. Канонические уравнения гиперболы.
28. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения эллипсоида, однополосного и двуполосного гиперболоида, эллиптического и гиперболического параболоида, цилиндров второго порядка. Изучение их форм методом сечений.
29. Канонические уравнения поверхностей второго порядка.

## Семестр 2

1. Некоторые понятия теории множеств и математической логики. Множество, операции над множествами, обозначения. Отображение, взаимно-однозначное соответствие, счетное и несчетные множества.
2. Комплексные числа. Определение комплексного числа. Свойства комплексных чисел. Алгебраическая форма записи. Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексное сопряжение. Тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Формула Муавра.
3. Верхняя и нижняя грани множества действительных чисел. Ограниченное множество. Точные грани. Существование точной верхней грани у ограниченного сверху множества
4. Числовые последовательности. Операции над последовательностями. Ограниченная последовательность.
5. Предел последовательности. Теоремы о пределах последовательностей. Простейшие свойства сходящихся последовательностей.
6. Монотонные последовательности. Число  $e$ .
7. Определение функции. Предел функции. Односторонние пределы. Предел слева, предел справа. Связь предела с односторонними пределами.
8. Свойства пределов. Переход к пределу в неравенствах. Арифметические операции над пределами.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение б.м. и б.б. функций. Символы  $O, o$ .
10. Замечательные пределы  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\sin x}{x} = 1$ . 2.  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{1}{x}} = e$
11. Непрерывные функции. Непрерывность в точке и на множестве. Простейшие свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва.
12. Ограниченность непрерывной функции. Теоремы Вейерштрасса. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Критерий непрерывности монотонной функции.

13. Непрерывность обратной функции. Непрерывность элементарных функций.  
Равномерная непрерывность.
  14. Производная. Определение производной. Геометрическая интерпретация.  
Необходимое условие дифференцируемости.
  15. Дифференциал функции. Основные правила дифференцирования. Производные элементарных функций.
  16. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производная функции заданной параметрически.
  17. Производные высших порядков. Вычисление производных функций, заданных неявно. Формула Лейбница. Дифференциалы высших порядков.
  18. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций. Теорема Ферма о нуле производной. Теорема Ролля о нуле производной. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. Теорема Коши о конечных приращениях.
  19. Правило Лопиталья. Раскрытие неопределенностей вида  $0/0$ . Раскрытие неопределенностей вида  $\infty/\infty$ . Использование правила Лопиталья для выделения главных частей и определения порядков бесконечно больших. Раскрытие неопределенностей вида  $0\infty$ ,  $1\infty$ ,  $00$ ,  $\infty 0$ ,  $\infty - \infty$ .
  20. Формула Тейлора. Многочлен Тейлора. Формула Тейлора с остаточным членом  $R_n$ . Остаток в форме Пеано. Разложение некоторых элементарных функций по формуле Тейлора.
  21. Условие монотонности функции. Максимальные и минимальные значения функций (экстремумы). Исследование функций на экстремум по знаку высших производных. Выпуклость функции, точки перегиба. Асимптоты функций. Общая схема построения графиков
  22. Определение. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов
  23. Два основных метода интегрирования. Замена переменного. Интегрирование по частям
  24. Разложение рациональной функции на простейшие дроби и их интегрирование. Разложение дроби на элементарные. Метод неопределенных коэффициентов. Вычисление интегралов от элементарных дробей
  25. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций.
- $$\int R\left(x, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^\alpha, \dots, \left(\frac{ax+b}{cx+d}\right)^\gamma\right) dx \quad \text{и} \quad \int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx$$
26. Интегралы вида
  27. Подстановки Эйлера. Интегрирование дифференциальных биномов.  
Интегрирование некоторых классов трансцендентных функций.
  28. Интегралы, не выражающиеся через элементарные функции
  29. Определения. Геометрический смысл интеграла Римана.
  30. Определения. Свойства сумм Дарбу.
  31. Необходимое и достаточное условие существования определенного интеграла.
  32. Непрерывные функции. Монотонные ограниченные функции и некоторые другие классы интегрируемых функций.
  33. Свойства определенного интеграла. Теорема о среднем.

34. Определенный интеграл, как функция верхнего предела. Производная интеграла по верхнему пределу. Формула Ньютона-Лейбница
35. Методы вычисления определенных интегралов
36. Замена переменных в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
37. Некоторые применения определенного интеграла. Длина дуги гладкой кривой. Площадь плоской области
38. Вычисление объемов и площадей боковых поверхностей тел вращения
39. Объем. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения.
40. Несобственный интеграл первого рода. Определение интеграла по бесконечному промежутку. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Простейшие признаки сходимости.
41. Несобственный интеграл второго рода. Определение интеграла. Критерий Коши сходимости несобственного интеграла. Простейшие признаки сходимости.

### Семестр 3

1. Несобственный интеграл первого рода.
2. Несобственный интеграл второго рода.
3. Функции многих переменных. Предел функции. Критерий Коши существования конечного предела. Свойства пределов. Предел функции в точке в направлении заданного вектора. Повторные пределы (случай  $n = 2$ ).
4. Непрерывность функции многих переменных
5. Определение частной производной. Геометрическая интерпретация частных производных. Приращение функции. Дифференциал.
6. Дифференцирование сложной функции.
7. Производная по заданному направлению. Градиент.
8. Гладкие поверхности. Касательная и нормаль к поверхности.
9. Старшие производные. Дифференциалы высших порядков.
10. Формула Тейлора для функций многих переменных
11. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия для экстремума.
12. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общая теория. Уравнения разрешенные относительно производной. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
13. Уравнения с разделенными и разделяющими переменными, а также приводящиеся к ним. Однородные дифференциальные уравнения и приводящиеся к ним.
14. Уравнения в полных дифференциалах.
15. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения (методы Бернулли и Лагранжа). Уравнение Бернулли.
16. Дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Общая теория. Задача Коши. Понижение порядка уравнения.
17. Свойства ЛОУ. Определитель Вронского. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. Фундаментальная система решений и структура общего решения.

18. Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
19. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Метод вариации постоянных.
20. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Методы подбора частного решения.
21. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ 2-го порядка.
22. Системы дифференциальных уравнений. Задача Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
23. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение в случае простых корней характеристического уравнения.
24. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия над рядами.
25. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости.
26. Знакопередающиеся ряды. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости.
27. Степенные ряды. Степенные ряды и их свойства.
28. Теорема Абеля.
29. Радиус сходимости.
30. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора. Остаток ряда и его оценка.

#### Семестр 4

1. Двойной интеграл. Определение двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.
2. Определения. Свойства сумм Дарбу.
3. Необходимое и достаточное условие существования двойного интеграла.
4. Свойства двойного интеграла. Простейшие свойства. Теоремы о среднем, аддитивность по множеству.
5. Вычисление двойных интегралов. Интегрирование по прямоугольнику.
6. Интегрирование по области, представляющей собой криволинейную трапецию.
7. Замена переменных в двойном интеграле. Отображение плоских областей. Криволинейные координаты. Изменение площади при отображениях. Замена переменных в двойном интеграле.
8. Приложение двойного интеграла в геометрии и механике.
9. Определение тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному для прямоугольного параллелепипеда.
10. Сведение тройного интеграла к повторному для областей общего вида.
11. Замена переменных в тройном интеграле. Отображение областей. Криволинейные координаты. Наиболее употребительные случаи криволинейных координат в пространстве.
12. Приложение тройного интеграла в геометрии и механике.
13. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение, существование. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода.

14. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение, существование. Свойства криволинейного интеграла 2-го рода. Связь с интегралом 1-го рода.
15. Приложение криволинейных интегралов в геометрии и физике.
16. Формула Грина. Формула Грина. Условия независимости интеграла второго рода от пути интегрирования.
17. Определение поверхностного интеграла 1-го рода. Существование и вычисление интеграла 1-го рода. Простейшие свойства интегралов первого рода
18. Определение поверхностного интеграла 2-го рода. Существование и вычисление поверхностного интеграла 2-го рода.
19. Приложение поверхностных интегралов в геометрии и физике.
20. Теорема Стокса. Поверхность, заданная уравнением  $z = \varphi(x, y)$ . Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
21. Теорема Остроградского Гаусса
22. Элементы теории поля. Поток векторного поля
23. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. Оператор Набла.
- 24.
25. Декартово произведение. Определение бинарного отношения. Свойства бинарных отношений. Отношение эквивалентности. Отношение порядка.
26. Понятие высказывания. Операции над высказываниями.
27. Таблица истинности.
28. Формулы логики высказываний
29. Логические рассуждения. Проверка правильности логического рассуждения.
30. Понятие предиката. Кванторы.
31. Ориентированные графы. Неориентированные графы. Матрицы графа. Связность графов.
32. Функции комплексного переменного. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Элементарные функции комплексного переменного.
33. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Аналитические и гармонические функции.
34. Интегрирование функции комплексного переменного. Определение, свойства и правила вычисления интеграла от функции комплексного переменного. Теорема Коши. Первообразная и неопределенный интеграл.
35. Формула Ньютона-Лейбница. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши. Формула  $n$ -ой производной.
36. Ряды в комплексной плоскости. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Нули аналитической функции. Ряд Лорана.
37. Классификация особых точек. Связь между нулем и полюсом функции
38. Вычеты функций. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычетов. Применение вычетов к вычислению интегралов.
39. Элементы комбинаторики.
40. Вероятность. Алгебра событий.
41. Функция вероятности. Классическое определение вероятности.
42. Статистическая и геометрическая вероятность.

43. Условная вероятность. Понятие зависимости событий. Теорема умножения вероятностей.
44. Теоремы сложения вероятностей совместных и несовместных событий.
45. Формула полной вероятности. Формула Бейеса.
46. Последовательность испытаний. Схема Бернулли.
47. Общее определение последовательности испытаний.
48. Формула Бернулли.
49. Наивероятнейшее число наступлений события в независимых испытаниях.
50. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
51. Дискретные случайные величины. Определение. Законы распределения вероятностей дискретной случайной величины.
52. Функция распределения вероятностей случайной величины и ее свойства.
53. Биномиальное распределение и распределение Пуассона.
54. Непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и его свойства.
55. Математическое ожидание и его свойства.
56. Дисперсия и ее свойства.
57. Функция распределения вероятностей нормального закона. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины.
58. Определение вероятности заданного отклонения и правило трех сигм.
59. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.
60. Двумерные случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные векторы.
61. Моменты двумерной случайной величины. Коэффициент корреляции.
62. Независимость случайных величин. Регрессионная зависимость.
63. Элементы математической статистики. Задача математической статистики.
64. Выборки. Числовые характеристики выборочного распределения.
65. Точечные оценки параметров.
66. Доверительные интервалы и доверительная вероятность.
67. Функция правдоподобия. Метод правдоподобия.
68. Метод моментов.
69. Гипотезы. Статистическая гипотеза. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода.
70. Проверка гипотез.

### **6.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания**

Промежуточная аттестация проходит в виде двух контрольных недель и рубежного среза согласно Положения о балльно-рейтинговой системе СВФУ.

Текущий контроль знаний студентов проводится на текущих занятиях в пределах учебного времени, отведенного на дисциплину как традиционными, так и инновационными методами, включая компьютерные технологии, интернет-тестирование. Текущий контроль освоения студентами программного материала имеет следующие виды: входной, оперативный и рубежный контроль. Входной контроль знаний студентов проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью выстраивания индивидуальной траектории обучения студентов на основе контроля их знаний, умений. Показатели входного контроля знаний используются для коррекции процесса усвоения

дидактических единиц и при анализе результативности изучения учебной дисциплины. Оперативный контроль проводится с целью объективной оценки качества освоения программы дисциплины, общепрофессиональных компетенций, а также стимулирования учебной работы студентов, мониторинга результатов образовательной деятельности, подготовки к промежуточной аттестации. Рубежный контроль является контрольной точкой по завершению темы дисциплины и проводится с целью комплексной оценки уровня освоения программного материала. Рубежный контроль имеет четко установленные границы, проводится в виде двух контрольных недель и рубежного среза согласно Положения о балльно-рейтинговой системе СВФУ в сроки, установленные приказом по институту. Для допуска к экзамену необходимо набрать не менее 45 баллов, предусмотренных за текущую работу и выполнить обязательный минимум учебной работы.

Промежуточная аттестация проводится в виде итогового контроля. Под *итоговым контролем* понимаются семестровые экзамены, которые проводятся в устной форме. На экзамене студенту отводится один астрономический час на подготовку. Материалы каждого семестрового экзамена состоят из двух частей: теоретической и практической. Теоретическая часть состоит, как правило, из двух блоков. Первый блок состоит из основных понятий, определений и формулировок теорем, а второй – из вопросов, требующих доказательства теорем из ядра курса. Практическая часть состоит из примеров и задач теоретического и прикладного характеров. Семестровые экзамены проверяют знания и умения студента и их соответствие планируемым результатам обучения. На экзамене студент может набрать максимум 30 баллов.

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины<sup>3</sup>**

№	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной литературы, вид и характеристика иных информационных ресурсов	Наличие грифа, вид грифа	НБ СВФУ, кафедральная библиотека и кол-во экземпляров	Электронные издания: точка доступа к ресурсу (наименование ЭБС, ЭБ СВФУ)
<b>Основная литература<sup>4</sup></b>				
1	Богомолов Н.В. Математика учебник М.: Юрайт, 2014	МО	15	
2	Богомолов Н.В. Практические занятия по математике учебник М.: Юрайт, 2014	МО	15	
3	Шипачев В.С. Высшая математика. Полный курс учебник М.: Юрайт, 2014		30	
<b>Дополнительная литература</b>				
1	Баранова Е. и др. Практическое пособие по высшей математике. Типовые расчеты Учебное пособие СПб.: Питер, 2013		7	
2	Ильин В.А. Линейная алгебра учебник М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007	МО	20	
3	Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике справочник М.: Изд-во АСТ, 2006		10	

<sup>3</sup> Для удобства проведения ежегодного обновления перечня основной и дополнительной учебной литературы рекомендуется размещать раздел 7 на отдельном листе, с обязательной отметкой в Учебной библиотеке

<sup>4</sup> . Рекомендуется указывать не более 3-5 источников (с грифами)



## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее сеть-Интернет), необходимых для освоения дисциплины**

1. Электронно-библиотечная система [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru). «Университетская библиотека он-лайн». Принадлежность: сторонняя: ООО «Некс Медиа» 100% доступ. Договор 11-01/12 от 08.08.2012.
2. Электронно-библиотечная система «Лань». Принадлежность: сторонняя: ООО «Издательство Лань». 100% доступ. Адрес сайта: <http://www.e.lanbook.com>. Договор № 416 от 29/07/2012.
3. Электронный справочник "Информио". Принадлежность: сторонняя: ООО "Современные медиа технологии в образовании и культуре" 100% доступ. Адрес сайта: [www.informio.ru](http://www.informio.ru) Договор № Я139 от 29/07/2012
4. Электронно-библиотечная система [www.grebennikon.ru](http://www.grebennikon.ru). Принадлежность: сторонняя: ООО «Объединенная редакция». 100% доступ. Договор №83/ИА/12 от 01/12/2012.
5. Электронно-библиотечная система [www.knigafund.ru](http://www.knigafund.ru) «Книгафонд». Принадлежность сторонняя: ООО «Центр цифровой дистрибуции» 100% доступ. Договор 1205-08/12 от 01.08.2012.
6. Электронно-библиотечная система [www.diss.rsl.ru](http://www.diss.rsl.ru) «РГБ». Принадлежность сторонняя: ФГБУ «Российская государственная библиотека». Договор 095/04.1174 от 29.10.2012.
7. Электронно-библиотечная система издательства ElsevierSciVerseScienceDirectonline. Договор №80350/332-Э с ЗАО «КОНЕК» от 08.08.12
8. НП «Национальный Электронно-информационный Консорциум» NaturePublishingGroup. Договор №615-РН-2011 от 01.07.2011г., Дополнительное соглашение к договору №12Ng от 01.10.2012г.
9. НП «Национальный Электронно-информационный Консорциум» ScienceOnlineScienceNow. Договор №615-РН-2011 от 01.07.2011г., Дополнительное соглашение к договору №12SCI от 01.10.2012г.
10. Электронная библиотека СВФУ имени М.К. Аммосова с программным обеспечением «Ирбис 64» Принадлежность: собственная. Адрес сайта: <http://libr.s-vfu.ru/>.

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации (ауд. № 204)

Перечень основного оборудования, учебно-наглядных пособий:

Ультракраткофокусный интерактивный проектор с сенсорными функциями мультитач Epson EB-595Wi (1 шт.); Кафедра (1 шт.); Доска перекатная (1 шт.); Стол (29 шт.); Стул (57 шт.); Помещение для самостоятельной работы, (ауд. 504 Медиатека) г. Мирный ул. Ойунского, 14 Моноблок Lenovo (8 шт.); Стол компьютерный (12 шт.); Кресло (12 шт.); Стеллаж (1 шт.);

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

10.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине<sup>5</sup>

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются следующие информационные технологии:

- использование на занятиях электронных изданий (чтение лекций с использованием слайд-презентаций, электронного учебного пособия);
- использование специализированных и офисных программ, информационных (справочных) систем;
- организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты и СДО Moodle.

10.2. Перечень программного обеспечения

Предоставление телематических услуг доступа к сети интернет (договор №3101/2020 от 01.02.2020 г. на оказание услуг по предоставлению телематических услуг доступа к сети Интернет с «Мирнинские кабельные сети (МКС)» лице ИП Клещенко Василия Александровича. Срок действия документа: 1 год); Пакет локальных офисных программ для работы с документами (лицензия №62235736 от 06.08.2013 г. АО «СофтЛайн Интернет Трейд» на право использование программ для ЭВМ: Microsoft (Windows, Office). Срок действия документа: бессрочно) Лицензионное антивирусное программное обеспечение (лицензия №№280Е-201026-063024-583-1308 от 26.10.2020 г. ЗАО «Лаборатория Касперского». Срок действия документа: с "26" октября 2020 г. по "03" ноября 2021 г.); Программа для ЭВМ: Годовая подписка на ZOOM Бизнес на 30 организаторов (договор №88 от 22.09.2020г. с ООО «Айтек Инфо» на передачу прав использования программного обеспечения. Срок действия документа: 1 год (копия)).

10.3. Перечень информационных справочных систем

1. Использование на занятиях электронных изданий, мультимедиа лекций.

---

<sup>5</sup>В перечне могут быть указаны такие информационные технологии, как использование на занятиях электронных изданий (чтение лекций с использованием слайд-презентаций, электронного курса лекций, графических объектов, видео- аудио- материалов (через Интернет), виртуальных лабораторий, практикумов), специализированных и офисных программ, информационных (справочных) систем, баз данных, организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты, форумов, Интернет-групп, скайп, чаты, видеоконференцсвязь, компьютерное тестирование, дистанционные занятия (олимпиады, конференции), вебинар (семинар, организованный через Интернет), подготовка проектов с использованием электронного офиса или оболочки) и т.п.

## ЛИСТ АКТУАЛИЗАЦИИ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.13 Математика

Учебный год	Внесенные изменения	Преподаватель (ФИО)	Протокол заседания выпускающей кафедры (дата,номер), ФИО зав.кафедрой, подпись

*В таблице указывается только характер изменений (например, изменение темы, списка источников по теме или темам, средств промежуточного контроля) с указанием пунктов рабочей программы. Само содержание изменений оформляется приложением по сквозной нумерации.*