

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение

высшего образования

«СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»

Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный университет
имени М.К. Аммосова» в г. Мирном.

Кафедра фундаментальной и прикладной математики

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.20 Функциональный анализ

для программы бакалавриата

по направлению подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Направленность программы: Системное и интернет-программирование

Форма обучения: очная

Автор: Гадоев Махмадрахим Гафурович, д.ф.-м.н., профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики, МПТИ (ф) СВФУ, gadoev@rambler.ru

РЕКОМЕНДОВАНО	ОДОБРЕНО	ПРОВЕРЕНО
Заведующий кафедрой английской филологии  /Гадоев М.Г./ протокол № <u>6</u> от <u>13.04.2023</u>	Заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики  /Гадоев М.Г./ протокол № <u>6</u> от <u>13.04.2023</u>	Нормоконтроль в составе ОП пройден Специалист УМО  /Титова Д.Я./ <u>10.05.2023</u>
Рекомендовано к утверждению в составе ОП Председатель УМС  /Константинова Т.И./ Протокол УМС №7 от «11» мая 2023 г.		Эксперт УМС  /Ефремова В.А./ <u>11.05.2023</u>

1. АННОТАЦИЯ
к рабочей программе дисциплины
Б1.О.19 Функциональный анализ
Трудоемкость 4 з.е.

1.1. Цель освоения и краткое содержание дисциплины

Цель освоения:

- формирование у студента единого представления о понятиях и методах алгебры, геометрии и математического анализа; начальных представлений о спектральной теории операторов, о пространстве обобщенных функций;
- развитие у студента математической интуиции, математического мышления;
- воспитание у студента умения применять основные понятия и методы "Функционального анализа" в последующих курсах обучения;
- воспитание у студента математической культуры.

Краткое содержание дисциплины: Метрические и топологические пространства: множества, алгебра множеств; счетные множества и множества мощности континуума; полнота и пополнение; принцип сжимающих отображений. Мера и интеграл Лебега. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Линейные топологические пространства и обобщенные функции. Элементы линейного анализа.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Планируемые результаты освоения программы (код и содержание компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать: основы функционального анализа, общую тематику и направление в данной дисциплине. Уметь: самостоятельно разбираться в материале, составлять чёткое представление о тех или иных объектах исследования в функциональном анализе. Владеть: специфической терминологией дисциплины;	Контрольная работа, вопросы к устному опросу, тест

1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Индекс	Наименование дисциплины (модуля), практики	Семестр изучения	Индексы и наименования учебных дисциплин (модулей), практик	
			на которые опирается содержание данной дисциплины (модуля)	для которых содержание данной дисциплины (модуля) выступает опорой
Б1.О.20	Функциональный анализ	5	Б1.О.16 Математический анализ	-

1.4. **Язык преподавания:** русский.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Выписка из учебного плана:

Код и название дисциплины по учебному плану	Б1.О.20 Функциональный анализ	
Курс изучения	3	
Семестр(ы) изучения	5	
Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен)	Экзамен	
Курсовой проект/ курсовая работа (указать вид работы при наличии в учебном плане), семестр выполнения	-	
Трудоемкость (в ЗЕТ)	4	
Трудоемкость (в часах) (сумма строк №1,2,3), в т.ч.:	144	
№1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (КР), в часах:	Объем аудиторной работы, в часах	В т.ч. с применением ДОТ или ЭО, в часах
Объем работы (в часах) (1.1. +1.2. +1.3.):	74	-
1.1. Занятия лекционного типа (лекции)	36	-
1.2. Занятия семинарского типа, всего, в т.ч.:	36	-
- семинары (практические занятия, коллоквиумы и т.п.)	36	-
- лабораторные работы	-	-
- практикумы	-	-
1.3. КСР (контроль самостоятельной работы, консультации)	2	-
№2. Самостоятельная работа обучающихся (СРС) (в часах)	43	
№3. Количество часов на экзамен (при наличии экзамена в учебном плане)	27	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Распределение часов по темам и видам учебных занятий

Тема	Всего часов	Контактная работа, в часах									Часы СРС
		Лекции	из них с применением ЭО и ДОТ	Семинары (практические занятия, коллоквиумы)	из них с применением ЭО и ДОТ	Лабораторные работы	из них с применением ЭО и ДОТ	Практикумы	из них с применением ЭО и ДОТ	КСР (консультации)	
Метрические пространства	22	7	-	7	-	-	-	-	-	-	8
Нормированные пространства	22	7	-	7	-	-	-	-	-	-	8
Гильбертово пространство	24	7	-	7	-	-	-	-	-	1	9
Линейные операторы и функционалы	24	7	-	7	-	-	-	-	-	1	9
Последовательности линейных операторов	25	8	-	8	-	-	-	-	-	-	9
Всего часов	117	36		36		-	-	-	-	2	43

3.2. Содержание тем программы дисциплины

Тема 1. Метрические пространства.

Элементы теории множеств. Счетные и несчетные множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Определение и примеры метрических пространств. Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Свойства скалярного произведения.

Тема 2. Нормированные пространства.

Определение линейного нормированного пространства. Примеры норм. Банаховы пространства. Сопряженное пространство, его полнота.

Тема 3. Гильбертово пространство.

Скалярное произведение, угол, неравенство Коши-Буняковского, ортогональность. Характеризация гильбертова пространства. Метод ортогонализации Шмидта: теорема о проекции. Изоморфизм счетномерных гильбертовых пространств. Общий вид линейного функционала. Самосопряженные операторы. Свойства собственных элементов, собственных значений. Линейные интегральные уравнения. Компактность интегральных операторов.

Нормированная спектральная плотность. Дельта-функция. Стационарный белый шум.

Тема 4. Линейные операторы и функционалы.

Определение линейного функционала и оператора, основные свойства и примеры (линейность, непрерывность, норма оператора). Действия над операторами, обратный оператор. Понятие меры и интеграла Лебега в евклидовом пространстве. Общая форма линейного функционала в гильбертовом пространстве. Пространство и алгебра $L(X, Y)$. Спектр и резольвента. Сопряженные операторы.

Тема 5. Последовательности линейных операторов.

Сходимости последовательности (поточечная и по норме). Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема Радона-Никодима. Общий вид функционалов в пространствах L^p . Общий вид функционалов в $C(a,b)$.

3.3. Формы и методы проведения занятий, применяемые учебные технологии

При проведении занятий применяется игровое проектирование, компьютерная симуляция, дискуссия.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

1. Подготовка к лабораторным занятиям.
2. Самостоятельное изучение отдельных вопросов в соответствии со структурой дисциплины, составление конспектов.
3. Самостоятельное выполнение лабораторных работ.
4. Подготовка к тестированию, аудиторной контрольной работе.
5. Выполнение домашних заданий.
6. Подготовка к промежуточной аттестации.

Содержание СРС

№	Наименование раздела (темы) дисциплины	Вид СРС	Трудоемкость (в часах)	Формы и методы контроля
1.	Метрические пространства	Решение задач, тестов	8	Оценка по БРС
2.	Нормированные пространства	Решение задач, тестов	8	Оценка по БРС
3.	Гильбертово пространство	Решение задач, тестов	9	Оценка по БРС
4.	Линейные операторы и функционалы	Решение задач, тестов	9	Оценка по БРС
5.	Последовательности линейных операторов	Решение задач, тестов	9	Оценка по БРС

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Балльно-рейтинговая система по дисциплине

Рейтинговый регламент по дисциплине с экзаменом:

Вид выполняемой учебной работы (контролирующие мероприятия)	Количество баллов (min)	Количество баллов (max)
Проработка материала по теме №1-2	4	5
СРС №1	9	15
Контрольная работа №1	3	5
Проработка материала по теме №3-4	4	5
СРС №2	9	15
Контрольная работа №2	3	5
Проработка материала по теме №5-6	4	5
СРС №3	6	10
Контрольная работа №3	3	5
Количество баллов для допуска к экзамену (min-max)	45	70

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Показатели, критерии и шкала оценивания

Коды оцениваемых компетенций	Показатель оценивания (дескриптор) (по П.1.2.РПД)	Уровни освоения	Критерий оценивания	Оценка
ОПК-1	См. п. 1.2.	Высокий	Освоены все компетенции. Студент показывает отличные теоретические и практические знания по дисциплине. Может самостоятельно найти пути решения поставленной задачи.	отлично
		Базовый	Студент показывает хорошие знания по дисциплине. Может применять полученные знания при решении базовых прикладных задач.	хорошо
		Минимальный	Студент показывает хорошие теоретические знания. Знает основные алгоритмы решения задач.	удовлетворительно
		Не освоены	Знания студента по дисциплине минимальны.	неудовлетворительно

6.2. Типовые контрольные задания (вопросы) для промежуточной аттестации

Коды оцениваемых компетенций	Оцениваемый показатель (ЗУВ)	Тема	Образец типового (тестового или практического) задания (вопроса)
ОПК-1	<p>Знать: основы функционального анализа, общую тематику и направление в данной дисциплине.</p> <p>Уметь: самостоятельно разбираться в материале, составлять чёткое представление о тех или иных объектах исследования в функциональном анализе.</p> <p>Владеть: специфической терминологией дисциплины;</p>	Метрические пространства	<ol style="list-style-type: none"> 1. Элементы теории множеств. Операции над множествами. Принцип двойственности. 2. Последовательности множеств и их пределы. Отображения. Разбиение на классы. 3. Отношение эквивалентности. Эквивалентность множеств. Счётные и несчётные множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Мощность множества. 4. Определение и примеры метрических пространств. Сходимость. Полные и неполные метрические пространства. 5. Открытые и замкнутые множества. Внутренние, предельные и граничные точки. Точки прикосновения, изолированные точки. Канторово множество.

Нормированные пространства	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определения и свойства нормы в пространстве. 2. Неравенство Гёльдера. 3. Теорема о наилучшем приближении к замкнутому выпуклому множеству.
Гильбертово пространство	<ol style="list-style-type: none"> 1. Скалярное произведение, угол, неравенство Коши-Буняковского, ортогональность. 2. Метод ортогонализации Шмидта: теорема о проекции. 3. Изоморфизм счетно-мерных гильбертовых пространств. 4. Самосопряженные операторы. 5. Свойства собственных элементов, собственных значений. 6. Линейные интегральные уравнения. 7. Компактность интегральных операторов.
Линейные операторы и функционалы	<ol style="list-style-type: none"> 1. Определение линейного функционала и оператора, основные свойства и примеры (линейность, непрерывность, норма оператора). 2. Действия над операторами, обратный оператор. 3. Понятие меры и интеграла Лебега в евклидовом пространстве. 4. Общая форма линейного функционала в гильбертовом пространстве. 5. Пространство и алгебра $L(X, Y)$. 6. Спектр и резольвента 7. Сопряженные операторы.
Последовательности линейных операторов	<ol style="list-style-type: none"> 1. Сходимости последовательности (поточечная и по норме). 2. Теорема Банаха-Штейнгауза. 3. Теорема Радона-Никодима. 4. Общий вид функционалов в пространствах L^p. 5. Общий вид функционалов в $C(a, b)$.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания

Текущий контроль осуществляется на каждом занятии по всем темам курса в виде устного опроса, небольших задач, проверки знания терминов.

Промежуточный контроль является заключительным занятием по основным разделам программы в виде контрольной работы.

Итоговый контроль проводится в виде экзамена. На экзамене студенты получают билет, состоящий из трех заданий (двух теоретических и одного практического).

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной литературы, вид и характеристика иных информационных ресурсов	Наличие грифа, вид грифа	МПТИ СВФУ, кафедра, библиотека и кол-во экземпляров	Электронные издания: точка доступа к ресурсу (наименование ЭБС, ЭБ СВФУ)
Основная литература				
1	Бакушинский А.Б. Элементы функционального анализа. Учебное пособие. - М.: Академия, 2011	УМО	15	
2	Треногин В.А. Функциональный анализ // учебник - М.: Физматлит, 2007	МО	15	
Дополнительная литература				
2	Асташова И.В. Функциональный анализ // учебное пособие - М.: Евразийский открытый институт, 2011		15	http://www.iprbookshop.ru/11120.html

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее сеть-Интернет), необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» www.biblioclub.ru
2. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>
3. Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения лекционных и практических занятий используются аудитории, оборудованные интерактивной доской, компьютерами.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

10.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются следующие информационные технологии:

- использование на занятиях электронных изданий;
- использование специализированных и офисных программ.

10.2. Перечень программного обеспечения

Пакет локальных офисных программ для работы с документами (лицензия № 62235736 от 06.08.2013 г.) АО «СофтЛайн Интернет Трейд» на право использование программ для ЭВМ: Microsoft (Windows, Office).

10.3. Перечень информационных справочных систем

Консультант, Гарант

