

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
 высшего образования  
 «СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»  
 Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный  
 университет имени М.К. Аммосова» в г. Мирном.  
 Кафедра фундаментальной и прикладной математики

Рабочая программа дисциплины



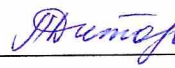


**Б1.О.15 Геометрия и топология**

для программы бакалавриата  
 по направлению подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем  
 Профиль подготовки: Системное и интернет-программирование

Форма обучения: очная

Автор: Гадоев Махмадрахим Гафурович, д.ф.-м.н., профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики, МПТИ (ф) СВФУ, gadoev@rambler.ru

<p>РЕКОМЕНДОВАНО</p> <p>Заведующий кафедрой английской филологии</p> <p> /Гадоев М.Г../</p> <p>протокол № 6 от 13.04.2023</p>	<p>ОДОБРЕНО</p> <p>Заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики</p> <p> /Гадоев М.Г./</p> <p>протокол № 6 от 13.04.2023</p>	<p>ПРОВЕРЕНО</p> <p>Нормоконтроль в составе ОП пройден Специалист УМО</p> <p> /Титова Д.Я./</p> <p>10.05.2023</p>
<p>Рекомендовано к утверждению в составе ОП</p> <p>Председатель УМС  /Константинова Т.И./</p> <p>Протокол УМС №7 от «11» мая 2023 г.</p>		<p>Эксперт УМС</p> <p> /Ефремова В.А.</p> <p>11.05.2023</p>

Мирный 2023

**АННОТАЦИЯ**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**Б1.О.15 Геометрия и топология**  
Трудоемкость 12 з.е.

**1.1. Цель освоения и краткое содержание дисциплины**

Обучить студентов важнейшим разделам геометрии и топологии, имеющим общематематическое значение; развить навыки необходимые в дальнейшей профессиональной деятельности, для решения научных и прикладных задач; подготовить слушателей к восприятию других дисциплин.

Краткое содержание дисциплины: базовые разделы аналитической геометрии, общей топологии, геометрии выпуклых множеств, дифференциальной геометрии.

**1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Наименование категории (группы) компетенций	Планируемые результаты освоения программы (код и содержание компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<b>Знать</b> интерпретацию данных современных научных исследований; <b>Уметь</b> собирать данные, доказывать математические утверждения; решать математические задачи; <b>Владеть (навыками)</b> профессиональным языком предметной области знания; <b>Владеть (методиками)</b> некоторыми методами интерпретации данных.	Контрольная работа, вопросы к устному опросу, тест

**1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП**

Индекс	Наименование дисциплины (модуля), практики	Семестр изучения	Индексы и наименования учебных дисциплин (модулей), практик	
			на которые опирается содержание данной	для которых содержание данной дисциплины (модуля) выступает опорой

			дисциплины (модуля)	
Б1.О.15	Геометрия и топология	2-4	Базовый курс средней школы по математике Б1.О.14 Алгебра и теория чисел	Б1.О.16 Математический анализ Б1.О.17 Дифференциальные уравнения Б1.О.18 Методы вычислений Б1.О.19 Теория вероятностей и математическая статистика Б1.О.20 Функциональный анализ Б1.О.21 Дискретная математика Б1.О.22 Математическая логика

**1.4. Язык преподавания:** русский

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Выписка из учебного плана:

Индекс и наименование дисциплины по учебному плану	Б1.О.15 Геометрия и топология	
Курс изучения	1,2	
Семестр(ы) изучения	2,3,4	
Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен)	Зачет (1 сем.), Зачет (2 сем.), Экзамен (3 сем.)	
Курсовой проект/ курсовая работа (указать вид работы при наличии в учебном плане), семестр выполнения	-	
Трудоемкость (в ЗЕТ)	12	
<b>Трудоемкость (в часах)</b> (сумма строк №1,2,3), в т.ч.:	432	
<b>№1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (КР), в часах:</b>	Объем аудиторной работы, в часах	В т.ч. с применением ДОТ или ЭО, в часах
Объем работы (в часах) (1.1.+1.2.+1.3.):	292	
1.1. Занятия лекционного типа (лекции)	108	
1.2. Занятия семинарского типа, всего, в т.ч.:	178	
- семинары (практические занятия, коллоквиумы и т.п.)	178	
- лабораторные работы		
- практикумы		
1.3. КСР (контроль самостоятельной работы, консультации)	6	
<b>№2. Самостоятельная работа обучающихся (СРС) (в часах)</b>	112	
<b>№3. Количество часов на экзамен</b> (при наличии экзамена в учебном плане)	27	

### 3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 3.1. Распределение часов по темам и видам учебных занятий

Тема	Всего часов	Контактная работа, в часах									Часы СРС
		Лекции	из них с применением ЭО и ДОТ	Семинары (практические занятия, коллоквиумы)	из них с применением ЭО и ДОТ	Лабораторные работы	из них с применением ЭО и ДОТ	Практикумы	из них с применением ЭО и ДОТ	КСР (консультации)	
Элементы векторной алгебры	36	10		16		-	-	-	-		10
Аналитическая геометрия на плоскости	37	10		16		-	-	-	-	1	10
Аналитическая геометрия в пространстве	36	10		16		-	-	-	-		10
Гладкие многообразия.	37	10		16		-	-	-	-	1	10
Тензорный анализ на многообразиях.	37	10		16		-	-	-	-	1	10
Связность и ковариантное дифференцирование.	37	10		16		-	-	-	-	1	10
Дифференциальные формы и теория интегрирования.	36	10		16		-	-	-	-		10
Элементы топологии многообразий.	37	10		16		-	-	-	-	1	10
Геометрические объекты.	38	10		16		-	-	-	-	1	11
Поверхности.	37	9		17		-	-	-	-		11
Многомерные геометрические объекты.	37	9		17		-	-	-	-		11
<b>Всего часов</b>	<b>405</b>	<b>108</b>		<b>178</b>		<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>6</b>	<b>113</b>

#### Содержание тем программы дисциплины

##### Тема 1: Элементы векторной алгебры

1. Геометрический вектор. Координаты вектора. Определение вектора. Линейные операции над векторами. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис прямой, на плоскости и в пространстве. Формулировка теоремы о разложении вектора по базисам. 2. Проекция вектора на ось. Прямоугольная декартова система координат.

Проекция и его свойства. Правые и левые тройки векторов. Ортонормированные базисы на плоскости и в пространстве. Прямоугольная система координат в пространстве и на плоскости. Полярная система координат 3. Скалярное произведение векторов. Определение и свойства. Необходимое и достаточное условие ортогональности векторов. Скалярное произведение векторов в координатной форме. 4. Векторное произведение. Определения векторного произведения векторов. Свойства. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов. Векторное произведение векторов в координатной форме. Площадь треугольника. 5. Смешанное произведение векторов. Определение и свойства. Необходимое и достаточное условие компланарности трех векторов. Объем пирамиды.

### **Тема 2: Аналитическая геометрия на плоскости**

1. Аналитическое задание линии на плоскости. Уравнение линии на плоскости в явном и неявном виде. Параметрическое уравнение линии. Вывод параметрического уравнения циклоиды. 2. Прямая на плоскости. Общее уравнение прямой. Каноническое уравнение. Параметрическое уравнение прямой. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Углы между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. Нормальное уравнение прямой. Нормирующий множитель. Приведение общего уравнения к нормальному виду. Расстояние от точки до прямой. 3. Кривые второго порядка. Канонические уравнения параболы, эллипса и гиперболы. Исследование формы, дополнительные сведения. Уравнение кривых второго порядка в полярных координатах.

### **Тема 3: Аналитическая геометрия в пространстве**

1. Плоскость в пространстве. Общее и нормальное уравнение плоскости. Углы между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Уравнение плоскости через три заданные точки. Нормирующий множитель. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду. Расстояние от точки до плоскости. 2. Прямая в пространстве. Каноническое и параметрическое уравнение прямой в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве. Углы между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности между прямыми в пространстве. 3. Поверхности второго порядка. Канонические уравнения эллипсоида, однополосного и двуполосного гиперболоида, эллиптического и гиперболического параболоида, цилиндров конусов второго порядка. Изучение их форм методом сечений.

### **Тема 4: Гладкие многообразия.**

Общие сведения из общей топологии: топологическое пространство, метрическое пространство, непрерывное отображение, гомеоморфизмы, компактность, связность; определение гладкого многообразия, отображение многообразий, примеры многообразий: гладкие поверхности, матричные группы, проективное пространство; многообразие с краем; риманова метрика; касательный вектор, касательное пространство к многообразию, векторные поля на многообразии.

### **Тема 5: Тензорный анализ на многообразиях.**

Тензоры на римановом многообразии: общее определение тензора, алгебраические операции над тензорами, поднятие и опускание индексов, оператор Ходжа; кососимметрические тензоры, дифференциальные формы, внешнее произведение дифференциальных форм, внешняя алгебра; поведение тензоров при отображениях, дифференциал отображения, отображение касательных пространств.

### **Тема 6: Связность и ковариантное дифференцирование.**

Ковариантная производная тензоров, параллельный перенос векторных полей, геодезические; связности, согласованные с метрикой; тензор кривизны, симметрии тензора кривизны; тензор кривизны, порожденный метрикой; тензоры кривизны двух- и трехмерных многообразий.

### **Тема 7: Дифференциальные формы и теория интегрирования.**

Разбиение единицы на многообразии, интеграл дифференциальной формы, примеры: криволинейные и поверхностные интегралы второго рода; общая формула Стокса; примеры: формулы Грина, Стокса и Остроградского – Гаусса.

### **Тема 8: Элементы топологии многообразий.**

Гомотопия: определение гомотопии, аппроксимация отображений и гомотопий гладкими, относительная гомотопия; степень отображения: определение степени, гомотопическая классификация отображений многообразия в сферу; степень и интеграл; степень векторного поля на поверхности; теорема Гаусса – Бонне; индекс особой точки векторного поля; теорема Пуанкаре – Бендиксона.

### **Тема 9. Геометрические объекты.**

Кривые, способы задания. Кривизна плоских кривых, пространственные кривые, репер Френе, кривизна и кручение пространственных кривых, формулы Френе, натуральное уравнение кривой, эволюта и эвольвента.

### **Тема 10. Поверхности.**

Способы задания поверхностей, координаты на поверхности, касательная плоскость, первая квадратичная форма поверхности, площадь поверхности, кривизна кривых на поверхности, вторая квадратичная форма и ее свойства, инварианты пары квадратичных форм; средняя и гауссова кривизна поверхности; деривационные формулы, символы Кристоффеля поверхности, геодезическая кривизна, геодезические линии и их свойства.

### **Тема 11. Многомерные геометрические объекты**

Проективное пространство, аффинная карта проективного пространства, модели проективных пространств малой размерности, метрические группы.

### **Формы и методы проведения занятий, применяемые учебные технологии**

При проведении занятий применяется игровое проектирование, компьютерная симуляция, дискуссия.

## **4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

1. Подготовка к лабораторным занятиям.
2. Самостоятельное изучение отдельных вопросов в соответствии со структурой дисциплины, составление конспектов.
3. Самостоятельное выполнение лабораторных работ.
4. Подготовка к тестированию, аудиторной контрольной работе.
5. Выполнение домашних заданий.
6. Подготовка к промежуточной аттестации

### **Содержание СРС**

№	Наименование раздела (темы) дисциплины	Вид СРС	Трудо-емкость (в часах)	Формы и методы контроля
1.	Элементы векторной алгебры	Решение задач	10	Оценка по балльно-рейтинговой системе
2.	Аналитическая геометрия на плоскости	Решение задач	10	Оценка по балльно-рейтинговой системе
3.	Аналитическая геометрия в пространстве	Решение задач	10	Оценка по балльно-рейтинговой системе
4.	Гладкие многообразия.	Решение задач	10	Оценка по балльно-рейтинговой системе
5.	Тензорный анализ на		10	Оценка по балльно-

	многообразиях.			рейтинговой системе
6.	Связность и ковариантное дифференцирование.	Решение задач	10	Оценка по балльно-рейтинговой системе
7.	Дифференциальные формы и теория интегрирования.	Решение задач	10	Оценка по балльно-рейтинговой системе
8.	Элементы топологии многообразий.	Решение задач	10	Оценка по балльно-рейтинговой системе
9.	Геометрические объекты.	Решение задач	11	Оценка по балльно-рейтинговой системе
10.	Поверхности.	Решение задач	11	Оценка по балльно-рейтинговой системе
11.	Многомерные геометрические объекты.	Решение задач	11	Оценка по балльно-рейтинговой системе

### 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины Балльно-рейтинговая система по дисциплине

#### Рейтинговый регламент по дисциплине по зачету:

Вид выполняемой учебной работы (контролирующие мероприятия)	Количество баллов(min)	Количество баллов(max)
Выполнение практических заданий	15	20
Выполнение индивидуальных заданий	15	20
Решение задач	30	30
Устный опрос	30	30
<b>Количество баллов для допуска к зачету</b>	<b>60</b>	<b>100</b>

#### Рейтинговый регламент по дисциплине с экзаменом:

Вид выполняемой учебной работы (контролирующие мероприятия)	Количество баллов (min)	Количество баллов (max)
Проработка материала по теме №1-2	4	5
СРС №1	9	15
Контрольная работа №1	3	5
Проработка материала по теме №3-4	4	5
СРС №2	9	15
Контрольная работа №2	3	5
Проработка материала по теме №5-6	4	5
СРС №3	6	10
Контрольная работа №3	3	5
<b>Количество баллов для допуска к экзамену (min-max)</b>	<b>45</b>	<b>70</b>

### 6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

#### 6.1. Показатели, критерии и шкала оценивания

Коды оцениваемых компетенций	Показатель оценивания (дескриптор) (по П.1.2.РПД)	Уровни освоения	Критерий оценивания	Оценка



ОПК-1	См. п. 1.2.	Высокий	Студент показывает отличные теоретические и практические знания по дисциплине. Может самостоятельно найти пути решения поставленной задачи.	отлично
		Базовый	Студент показывает хорошие знания по дисциплине. Может применять полученные знания при решении базовых прикладных задач.	хорошо
		Минимальный	Студент показывает хорошие теоретические знания. Знает основные алгоритмы решения задач.	удовлетворительно
		Не освоены	Знания студента по дисциплине минимальны.	неудовлетворительно

### 6.2. Типовые контрольные задания (вопросы) для промежуточной аттестации

Коды оцениваемых компетенций	Оцениваемый показатель (ЗУВ)	Тема	Образец типового (тестового или практического) задания (вопроса)
ОПК-1	<b>Знать:</b> основные понятия, определения, основные утверждения и теоремы <b>Уметь:</b> использовать основные понятия, определения, основные утверждения и теоремы <b>Владеть:</b> понятийным математическим аппаратом	Элементы векторной алгебры	Предмет и метод дифференциальной геометрии. Вектор-функции скалярного аргумента. Правила дифференцирования вектор-функции.
		Аналитическая геометрия на плоскости	Формула Тейлора для вектор-функции. Две леммы об единичном векторе. Геометрический смысл дифференцирования вектор-функции. Дифференциал вектор-функции. Понятие линии. Обыкновенные точки.
		Аналитическая геометрия в пространстве	Касательная к кривой. Нормальная плоскость. Длина дуги линии. Главная нормаль и кривизна кривой. Бинормаль и кручение кривой. Формулы Серре-Френе. Вычислительные формулы для инвариантов и векторов репера Френе.
		Гладкие многообразия.	Соприкасающаяся поверхность пространственной кривой. Соприкасающаяся плоскость кривой. Соприкасающаяся сфера. Соприкасающаяся окружность. Центр

		Тензорный анализ на многообразиях.	кривизны. Радиус кривизны. Основная теорема теории пространственной кривой. Натуральные уравнения.
		Связность и ковариантное дифференцирование.	Классификация кривых. Плоские кривые. Эволюта и эвольвента плоской кривой.
		Дифференциальные формы и теория интегрирования	Понятие поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Угол пересечения двух линий на поверхности.
		Элементы топологии многообразий.	Дифференциал площади поверхности. Кривизна линии на поверхности. Вторая квадратичная форма поверхности.
		Геометрические объекты.	Теорема Менье. Главные направления в точке поверхности. Линии кривизны. Формула Родрига.
		Поверхности.	Неопределенность главных направлений. Полная и средняя кривизна поверхности.
		Многомерные геометрические объекты.	Формула Эйлера. Индикатриса Дюпена. Классификация точек на поверхности. Асимптотические линии.
		Элементы векторной алгебры	Ортогональный репер, присоединенный к точкам поверхности. Нормальная и геодезическая кривизны линии на поверхности. Геодезические линии. Геодезические линии как кратчайшее расстояние между двумя точками на поверхности. 39. Определение поверхности двумя квадратичными формами.

### 6.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания

Промежуточная аттестация проходит в виде двух контрольных недель и рубежного среза согласно Положения о балльно-рейтинговой системе.

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

№	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной литературы, вид и характеристика иных информационных ресурсов	Наличие грифа, вид грифа	Кол-во экземпляров в библиотеке МПТИ(ф) СВФУ	Электронные издания: точка доступа к ресурсу (наименование ЭБС, ЭБ СВФУ)
<b>Основная литература</b>				
1	Ильин В.А., Позняк В.Г. Аналитическая геометрия, учебник М.: Физматлит, 2007	МО	14	
2	Асташова И.В. Геометрия и топология учебное пособие М.: Евразийский открытый институт 2011		30	<a href="http://www.iprbookshop.ru/10645.html">http://www.iprbookshop.ru/10645.html</a>
3	Кузовлев В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии учебное пособие М.: Физматлит 2012		30	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=275554">https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=275554</a>
4	Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии, учебник, М. : Физматлит, 2004	УМО	30	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=69322&amp;sr=1">https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=69322&amp;sr=1</a>
<b>Дополнительная литература</b>				
1	Бюшгенс С.С. Дифференциальная геометрия , учебник, М.:ЛКИ, 2008		2	

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее сеть-Интернет), необходимых для освоения дисциплины**

1. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
2. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>
3. Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru>

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Занятия проводятся в компьютерном классе, оборудованным ПК, интерактивной доской, специальным оборудованием для создания и воспроизведения мультимедиа.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

### **10.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются следующие информационные технологии:

- использование на занятиях электронных изданий (чтение лекций с использованием слайд-презентаций, электронного учебного пособия);
- использование специализированных и офисных программ, информационных (справочных) систем;
- организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты и СДО Moodle.

### **10.2. Перечень программного обеспечения**

Пакет локальных офисных программ для работы с документами (лицензия № 62235736 от 06.08.2013 г.) АО «СофтЛайн Интернет Трейд» на право использование программ для ЭВМ: Microsoft (Windows, Office).

### **10.3. Перечень информационных справочных систем**

Консультант+, Гарант

**ЛИСТ АКТУАЛИЗАЦИИ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.15 Геометрия и топология**

Учебный год	Внесенные изменения	Преподаватель (ФИО)	Протокол заседания выпускающей кафедры(дата,номер), ФИО зав.кафедрой, подпись

*В таблице указывается только характер изменений (например, изменение темы, списка источников по теме или темам, средств промежуточного контроля) с указанием пунктов рабочей программы. Само содержание изменений оформляется приложением по сквозной нумерации.*