

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
 высшего образования  
 «СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»  
 Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный  
 университет имени М.К. Аммосова» в г. Мирном.  
 Кафедра фундаментальной и прикладной математики

Рабочая программа дисциплины




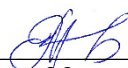
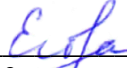
**Б1.О.32 Уравнения математической физики**

для программы бакалавриата  
 по направлению подготовки  
 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность программы: Математическое моделирование и вычислительная математика

Форма обучения: очная

Автор: Исхоков Сулаймон Абунасович, д.ф.-м.н., профессор кафедры фундаментальной и прикладной математики, МПТИ (ф) СВФУ, sulaimon@mail.ru

<p>РЕКОМЕНДОВАНО</p> <p>Заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики</p> <p> /Гадоев М.Г.          протокол № <u>3</u>          от «22» февраля 2019 г.</p>	<p>ОДОБРЕНО</p> <p>Заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики</p> <p> /Гадоев М.Г.          протокол № <u>3</u>          от «22» февраля 2019 г.</p>	<p>ПРОВЕРЕНО</p> <p>Нормоконтроль в составе ОП пройден          Ст.диспетчер УМО</p> <p> / Баишева О.Ю.          «28» марта 2019 г.</p>
<p>Рекомендовано к утверждению в составе ОП</p> <p>Председатель УМС  /Константинова Т.П./          протокол УМС № <u>3</u> от «29» марта 2019 г.</p>		<p>Эксперт УМС</p> <p> / Егорова М.В.          «29» марта 2019 г.</p>

Мирный 2019

**АННОТАЦИЯ**  
**к рабочей программе дисциплины**  
**Б1.О.32 Уравнения математической физики**  
Трудоемкость 6 з.е.

**1.1. Цель освоения и краткое содержание дисциплины**

Цель освоения:

- ознакомление студентов с основами теории линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка;
- обучение студентов простейшими аналитическими методами решения линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка;
- ознакомление студентов с математическими моделями естественнонаучных явлений, которые приводят к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.

Краткое содержание дисциплины: Математические модели физических явлений, приводящие к уравнениям с частными производными второго порядка и основные аналитические методы их решения.

**1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Наименование категории (группы) компетенций	Планируемые результаты освоения программы (код и содержание компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	<b>Знать:</b> основные методы решения линейных и нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных <b>Уметь:</b> применять знания, полученные на лекционных и практических занятиях, к составлению математических моделей и в процессе моделирования различных физических явлений. <b>Владеть:</b> навыками математического моделирования диффузионных, волновых, стационарных физических процессов.	Контрольная работа, вопросы к устному опросу, тест

**1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП**

Индекс	Наименование дисциплины (модуля), практики	Семестр изучения	Индексы и наименования учебных дисциплин (модулей), практик	
			на которые опирается содержание данной дисциплины (модуля)	для которых содержание данной дисциплины (модуля) выступает опорой
Б1.О.32	Уравнения математической физики	5, 6	Б1.О.13 Математический анализ I Б1.О.14 Математический анализ II Б1.О.15 Математический анализ III Б1.О.16 Алгебра и аналитическая геометрия	Дисциплины базовой и вариативной части

**1.4. Язык преподавания:** русский.

**2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Выписка из учебного плана:

Индекс и наименование дисциплины по учебному плану	Б1.О.32 Уравнения математической физики	
Курс изучения	3	
Семестр(ы) изучения	5,6	
Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен)	Зачет (5 сем.), Экзамен (6 сем.)	
Курсовой проект/ курсовая работа (указать вид работы при наличии в учебном плане), семестр выполнения	-	
Трудоемкость (в ЗЕТ)	6	
<b>Трудоемкость (в часах) (сумма строк №1,2,3), в т.ч.:</b>	216	
<b>№1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (КР), в часах:</b>	Объем аудиторной работы, в часах	В т.ч. с применением ДОТ или ЭО, в часах
Объем работы (в часах) (1.1.+1.2.+1.3.):	126	39
1.1. Занятия лекционного типа (лекции)	51	16
1.2. Занятия семинарского типа, всего, в т.ч.:	68	21
- семинары (практические занятия, коллоквиумы и т.п.)	68	21
- лабораторные работы	-	-
- практикумы	-	-
1.3. КСР (контроль самостоятельной работы, консультации)	7	2
<b>№2. Самостоятельная работа обучающихся (СРС) (в часах)</b>	63	
<b>№3. Количество часов на экзамен (при наличии экзамена в учебном плане)</b>	27	

### 3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 3.1. Распределение часов по темам и видам учебных занятий

Тема	Всего часов	Контактная работа, в часах									Часы СРС
		Лекции	из них с применением ЭО и ДОТ	Семинары (практические занятия, коллоквиумы)	из них с применением ЭО и ДОТ	Лабораторные работы	из них с применением ЭО и ДОТ	Практикумы	из них с применением ЭО и ДОТ	КСР (консультации)	
Введение. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка.	36	11	4	11	2	-	-	-	-	1	12
Упрощенные математические модели некоторых явлений, изучаемых в физике и технике	36	11	4	11	3	-	-	-	-	1	12
Уравнения эллиптического типа	36	11	4	11	4	-	-	-	-	1	13
Уравнения гиперболического типа	36	6	1	11	4	-	-	-	-	1	9
Уравнения параболического типа	36	6	1	12	4	-	-	-	-	1	9
Методы, наиболее часто применяемые на практике при решении уравнений с частными производными	36	6	1	12	4	-	-	-	-	2	8
<b>Всего часов</b>	<b>216</b>	<b>51</b>	<b>16</b>	<b>68</b>	<b>21</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>7</b>	<b>63</b>

#### 3.2. Содержание тем программы дисциплины

##### Тема 1. Введение. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка.

Предмет и методы математической физики. Дифференциальные уравнения в частных производных, их классификация по форме: линейные, нелинейные и квазилинейные, однородные и неоднородные, с постоянными и с переменными коэффициентами. Классификация уравнений второго порядка. Инвариантность типа уравнения при заменах независимых переменных. Характеристики уравнений второго порядка, их инвариантность при заменах независимых переменных. Канонический вид уравнения второго порядка, приведение уравнения к каноническому виду в случае двух независимых переменных и  $n$  переменных.

## **Тема 2. Упрощенные математические модели некоторых явлений, изучаемых в физике и технике.**

Вывод уравнения гиперболического типа как математических моделей колебания упругих тел и распространения акустических волн. Начальные и граничные условия. Постановка задач. Вывод одномерного уравнения теплопроводности. Содержательная постановка задачи о распространении тепла в однородном стержне. Задачи, приводящие к уравнению Лапласа (Стационарное тепловое поле, потенциальное течение жидкости).

## **Тема 3. Уравнения эллиптического типа.**

Уравнения Лапласа и Пуассона. Постановка основных краевых задач для уравнения Лапласа. Уравнение Лапласа в полярной, цилиндрической и сферической системах координат. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Определение гармонической функции и некоторые ее элементарные свойства. Интегральное представление гармонических функций. Формула о среднем арифметическом. Принцип экстремума для гармонических функций. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа с помощью функции Грина. Решение задачи Дирихле для шара и полупространства. Формула Пуассона и некоторые важнейшие следствия, вытекающие из этой формулы. Объемный потенциал. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Потенциалы простого и двойного слоев и их свойства. Интегральные уравнения, эквивалентные задачам Дирихле и Неймана.

## **Тема 4. Уравнения гиперболического типа.**

Волновое уравнение с тремя пространственными переменными. Формула Кирхгофа. Принцип Гюйгенса. Метод спуска. Волновое уравнение с двумя пространственными переменными. Формула Пуассона. Уравнение колебаний струны. Формула Даламбера. Неоднородное волновое уравнение. Запаздывающий потенциал. Теорема о единственности решения задачи Коши для волнового уравнения. Корректность постановки задач Коши для гиперболических уравнений. Задача Гурса (характеристическая задача).

## **Тема 5. Уравнения параболического типа.**

Уравнение теплопроводности. Принцип экстремума для уравнения теплопроводности, единственность. Существование и единственность решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши-Дирихле для уравнения теплопроводности. Неоднородное уравнение теплопроводности.

## **Тема 6. Методы, наиболее часто применяемые на практике при решении уравнений с частными производными.**

Метод разделения переменных (метод Фурье). Решения с разделяющимися переменными уравнения Лапласа в полярных координатах. Формальное решение в виде ряда Фурье задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Теорема о строгом обосновании метода Фурье для задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Связь решения в виде ряда Фурье и формулы Пуассона для задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Решение с разделяющимися переменными основной смешанной задачи для уравнения колебания струны. Решение с разделяющимися переменными уравнения колебания круговой мембраны. Полиномы Лежандра. Цилиндрические функции Бесселя. Метод интегральных преобразований. Понятия интегральных преобразований Лапласа, Фурье и Меллина. Применение интегральных преобразований Лапласа, Фурье и Меллина к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными. Метод конечных разностей. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом конечных разностей. Понятие о вариационных методах. Принцип Дирихле.

### **3.3. Формы и методы проведения занятий, применяемые учебные технологии**

При проведении занятий применяется игровое проектирование, компьютерная симуляция, дискуссия.

#### 4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

1. Подготовка к лабораторным занятиям.
2. Самостоятельное изучение отдельных вопросов в соответствии со структурой дисциплины, составление конспектов.
3. Самостоятельное выполнение лабораторных работ.
4. Подготовка к тестированию, аудиторной контрольной работе.
5. Выполнение домашних заданий.
6. Подготовка к промежуточной аттестации.

#### Содержание СРС

№	Наименование раздела (темы) дисциплины	Вид СРС	Трудоемкость (в часах)	Формы и методы контроля
1.	Введение. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка.	Проработка теоретического материала.	12	Прием проработок. Устный опрос
2.	Упрощенные математические модели некоторых явлений, изучаемых в физике и технике	Проработка теоретического материала. Контрольное задание для СРС	12	Прием проработок. Устный опрос. Прием контрольного задания
3.	Уравнения эллиптического типа	Проработка теоретического материала. Контрольное задание для СРС	13	Прием проработок. Устный опрос. Прием контрольного задания
4.	Уравнения гиперболического типа	Проработка теоретического материала. Контрольное задание для СРС	9	Прием проработок. Устный опрос. Прием контрольного задания
5.	Уравнения параболического типа	Проработка теоретического материала. Контрольное задание для СРС	9	Прием проработок. Устный опрос. Прием контрольного задания
6.	Методы, наиболее часто применяемые на практике при решении уравнений с частными производными	Проработка теоретического материала. Контрольное задание для СРС	8	Прием проработок. Устный опрос. Прием контрольного задания
7.	Всего часов		<b>63</b>	

**5. Методические указания для обучающихся, по освоению дисциплины**  
Балльно-рейтинговая система по дисциплине

**Рейтинговый регламент по дисциплине:**

Вид выполняемой учебной работы (контролирующие мероприятия)	Количество баллов (min)	Количество баллов (max)
Проработка материала по теме №1	4	5
СРС №1	8	15
Контрольная работа №1	3	5
Проработка материала по теме №2	4	5
СРС №2	8	15
Контрольная работа №2	3	5
Проработка материала по теме №3	4	5
СРС №3	5	10
Контрольная работа №3	3	5
Собеседование	18	30
<b>Количество баллов для получения зачета (min-max)</b>	<b>60</b>	<b>100</b>

**Рейтинговый регламент по дисциплине с экзаменом:**

Вид выполняемой учебной работы (контролирующие мероприятия)	Количество баллов (min)	Количество баллов (max)
Проработка материала по теме №4-5	4	5
СРС №4-5	9	15
Контрольная работа по теме №4-5	3	5
Проработка материала по теме №6-7	4	5
СРС №6-7	9	15
Контрольная работа №6-7	3	5
Проработка материала по теме №8	4	5
СРС №8	6	10
Контрольная работа №8	3	5
<b>Количество баллов для допуска к экзамену (min-max)</b>	<b>45</b>	<b>70</b>

**6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

6.1. Показатели, критерии и шкала оценивания

Коды оцениваемых компетенций	Показатель оценивания (дескриптор) (по П.1.2.РПД)	Уровни освоения	Критерий оценивания	Оценка
ОПК-1	См. п. 1.2.	Высокий	Освоены все компетенции. Студент показывает отличные теоретические и практические знания по дисциплине. Может самостоятельно найти пути решения поставленной задачи.	отлично
		Базовый	Студент показывает хорошие знания по дисциплине. Может применять полученные знания	хорошо



		при решении базовых прикладных задач.	
	Минимальный	Студент показывает хорошие теоретические знания. Знает основные алгоритмы решения задач.	удовлетворительно
	Не освоены	Знания студента по дисциплине минимальны.	неудовлетворительно

6.2. Типовые контрольные задания (вопросы) для промежуточной аттестации

Коды оцениваемых компетенций	Оцениваемый показатель (ЗУВ)	Тема	Образец типового (тестового или практического) задания (вопроса)
ОПК-1	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–основные понятия, определения, свойства решений уравнений с частными производными второго порядка;</li> <li>–методы интегрирования простейших типов уравнений с частными производными второго порядка;</li> <li>–методы качественного исследования уравнений с частными производными второго порядка;</li> <li>–физическую интерпретацию решения начально-краевых задач для уравнений с частными производными второго порядка.</li> </ul> <p><i>Уметь:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–классифицировать уравнений с частными производными второго порядка;</li> <li>–приводить уравнения с частными производными второго порядка к каноническому виду;</li> <li>–ставить задачу с начальными и граничными условиями для уравнений с частными производными второго порядка;</li> <li>–находить решения поставленной задачи математической физики.</li> <li>–пользоваться математической литературой для самостоятельного изучения свойств дифференциальных уравнений.</li> </ul> <p><i>Владеть:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>–навыками моделирования практических задач</li> </ul>	<p>Введение. Классификация дифференциальных уравнений второго порядка.</p> <p>Упрощенные математические модели некоторых явлений, изучаемых в физике и технике</p> <p>Уравнения эллиптического типа</p> <p>Уравнения гиперболического типа</p> <p>Уравнения параболического типа</p> <p>Методы, наиболее часто применяемые на практике при решении уравнений с частными производными</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вывод уравнений колебаний струны, теплопроводности, Лапласа; физическая интерпретация краевых и начально-краевых задач для них.</li> <li>2. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными. Канонические виды и простые примеры уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типа</li> <li>3. Классификация общего квазилинейного уравнения второго порядка (случай независимых переменных).</li> <li>4. Характеристические кривые и характеристические направления.</li> <li>5. Основные свойства гармонических функций.</li> <li>6. Фундаментальное решение уравнения Лапласа. Свойство единственности гармонических функций.</li> <li>7. Интегральное представление гармонических функций. Формулы о среднем арифметическом.</li> <li>8. Принцип экстремума для гармонических функций. Единственность решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.</li> <li>9. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа и ее основные свойства.</li> <li>10. Решение задачи Дирихле</li> </ol>

	<p>дифференциальными уравнениями;  –навыками интегрирования простейших дифференциальных уравнений второго порядка с частными производными;  –навыками применения качественного анализа решений.</p>		<p>для шара. Формула Пуассона.  11. Решение задачи Дирихле для полупространства.  12. Некоторые следствия, вытекающие из формулы Пуассона для полупространства. Теорема Лиувилля.  13. Потенциал объемных масс и его основные свойства.  14. Уравнение Пуассона.  15. Формула Гаусса.  16. Потенциал двойного слоя. Формулы скачка для потенциала двойного слоя и редукция задачи Дирихле к интегральному уравнению.  17. Потенциал простого слоя. Задача Неймана.  18. Внешние задачи Дирихле и Неймана.  19. Волновое уравнение с тремя пространственными переменными (формула Кирхгофа).  20. Волновое уравнение с двумя пространственными переменными (формула Пуассона).  21. Уравнение колебания струны (формула Даламбера).  22. Неоднородное волновое уравнение (случай <math>n = 3</math>, запаздывающий потенциал).  23. Неоднородное волновое уравнение (случай <math>n = 2</math>; случай <math>n = 1</math>).  24. Единственность решения задачи Коши для уравнения колебания струны.  25. Корректность постановки задачи Коши для уравнения колебания струны.  26. Задача Гурса (характеристическая задача).  27. Уравнение теплопроводности. Принцип экстремума.  28. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности.  29. Задача Коши-Дирихле для</p>
--	---	--	---

			<p>уравнения теплопроводности.</p> <p>30. Неоднородное уравнение теплопроводности.</p> <p>31. Уравнение свободных колебаний струны. Метод разделения переменных.</p> <p>32. Неоднородное уравнение колебаний струны. Метод разложения по собственным функциям.</p> <p>33. Метод разделения переменных для уравнений параболического типа (однородное уравнение теплопроводности на отрезке).</p> <p>34. Неоднородное уравнение теплопроводности на отрезке. Метод разложения по собственным функциям.</p> <p>35. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в круге. Метод разделения переменных.</p>
--	--	--	--

### 6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Промежуточная аттестация проходит в виде двух контрольных недель и рубежного среза согласно Положения о балльно-рейтинговой системе.

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

№	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной литературы, вид и характеристика иных информационных ресурсов	Наличие грифа, вид грифа	МПТИ, кафедральная библиотека и кол-во экземпляров	Электронные издания: точка доступа к ресурсу (наименование ЭБС, ЭБ СВФУ)
<b>Основная литература</b>				
1	Прокудин Д.А. Уравнения математической физики учебное пособие. Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2014.		18	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=278923&amp;sr=1">https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=278923&amp;sr=1</a>
2	Сайко Д.С. Уравнения математической физики, учебное пособие. Воронеж : Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2010.		18	<a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=142066&amp;sr=1">https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=142066&amp;sr=1</a>
<b>Дополнительная литература</b>				

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее сеть - Интернет), необходимых для освоения дисциплины**

1. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)
2. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/>
3. Научная электронная библиотека <http://elibrary.ru>

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Лекционные занятия и практические занятия проводятся в аудиториях с соответствующим количеством посадочных мест на группу,. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски для визуализаций информации. В ходе лекционных и практических занятий используются учебно-демонстрационные мультимедийные презентации, которые обеспечиваются следующим техническим оснащением (компьютеры , проектор, экран).

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

### **10.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются следующие информационные технологии:

- использование на занятиях электронных изданий (чтение лекций с использованием слайд-презентаций, электронного учебного пособия);
- использование специализированных и офисных программ, информационных (справочных) систем;
- организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты и СДО Moodle.

### **10.2. Перечень программного обеспечения**

1. MS WORD,
2. MS EXCEL,
3. MS PowerPoint,
4. любая программа для чтения PDF, DJVU файлов.

### **10.3. Перечень информационных справочных систем**

1. Использование на занятиях электронных изданий, мультимедиа лекций.

