

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СЕВЕРО-ВОСТОЧНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.К. АММОСОВА»
Политехнический институт (филиал) ФГАОУ ВО «Северо-Восточный федеральный
университет имени М.К. Аммосова» в г. Мирном.

Рабочая программа дисциплины

Б1.О.15 Математический анализ III

для программы бакалавриата




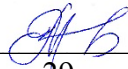

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность программы: Математическое моделирование и вычислительная математика

Форма обучения: очная

Автор: Константинова Туйаара Петровна, старший преподаватель кафедры фундаментальной и прикладной математики, МПТИ (ф) СВФУ, konct-tua@mail.ru

<p>РЕКОМЕНДОВАНО</p> <p>Заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики</p> <p> /Гадоев М.Г. протокол № <u>3</u> от «22» февраля 2019 г.</p>	<p>ОДОБРЕНО</p> <p>Заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики</p> <p> /Гадоев М.Г. протокол № <u>3</u> от «22» февраля 2019 г.</p>	<p>ПРОВЕРЕНО</p> <p>Нормоконтроль в составе ОП пройден Ст.диспетчер УМО</p> <p> / Баишева О.Ю. «28» марта 2019 г.</p>
<p>Рекомендовано к утверждению в составе ОП</p> <p>Председатель УМС  /Константинова Т.П./ протокол УМС № <u>3</u> от «29» марта 2019 г.</p>		<p>Эксперт УМС</p> <p> / Егорова М.В. «29» марта 2019 г.</p>

Мирный 2019

АННОТАЦИЯ
к рабочей программе дисциплины
Б1.О.15. Математический анализ III
Трудоемкость 6 з.е.

1.1. Цель освоения и краткое содержание дисциплины

Цель освоения: формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Краткое содержание дисциплины: Функции нескольких переменных. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы.

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Наименование категории (группы) компетенций	Планируемые результаты освоения программы (код и содержание компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Оценочные средства
ОПК	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать основные понятия, определения, основные утверждения и теоремы; Уметь использовать основные понятия, определения, основные утверждения и теоремы; Владеть: понятийным математическим аппаратом; методиками построения и исследования математических моделей в естественных науках	Тест, коллоквиум, контрольная работа

1.3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Индекс	Наименование дисциплины (модуля), практики	Семестр изучения	Индексы и наименования учебных дисциплин (модулей), практик	
			на которые опирается содержание данной дисциплины (модуля)	для которых содержание данной дисциплины (модуля) выступает опорой
Б1.О.15	Математический анализ III	3	Б1.О.13 Математический анализ I	Б1.О.20 Дискретная математика Б1.О.21 Дифференциальные

			Б1.О.14 Математический анализ II Б1.О.16 Алгебра и аналитическая геометрия	уравнения Б1.О.22 Теория вероятностей Б1.О.23 Математическая статистика Б1.О.26 Численные методы Б1.О.29 Функциональный анализ Б1.О.30 Комплексный анализ Б1.О.32 Уравнения математической физики Б1.О.36 Прикладная алгебра
--	--	--	---	--

1.4. Язык преподавания: русский.

2. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Выписка из учебного плана:

Код и название дисциплины по учебному плану	Б1.О.15 Математический анализ III	
Курс изучения	2	
Семестр(ы) изучения	3	
Форма промежуточной аттестации (зачет/экзамен)	Экзамен	
Курсовой проект/ курсовая работа (указать вид работы при наличии в учебном плане), семестр выполнения		
Трудоемкость (в ЗЕТ)	6	
Трудоемкость (в часах) (сумма строк №1,2,3), в т.ч.:	216	
№1. Контактная работа обучающихся с преподавателем (КР), в часах:	Объем аудиторной работы, в часах	В т.ч. с применением ДОТ или ЭО, в часах
Объем работы (в часах) (1.1. +1.2. +1.3.):	125	-
1.1. Занятия лекционного типа (лекции)	51	-
1.2. Занятия семинарского типа, всего, в т.ч.:	68	-
- семинары (практические занятия, коллоквиумы и т.п.)	68	-
- лабораторные работы		-
- практикумы		-
1.3. КСР (контроль самостоятельной работы, консультации)	6	-
№2. Самостоятельная работа обучающихся (СРС) (в часах)	64	
№3. Количество часов на экзамен (при наличии экзамена в учебном плане)	27	

3. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

3.1. Распределение часов по темам и видам учебных занятий

№	Тема	Всего часов	Контактная работа, в часах									Часы СРС
			Лекции	из них с применением ЭО и ДОТ	Семинары (практические занятия, коллоквиумы)	из них с применением ЭО и ДОТ	Лабораторные работы	из них с применением ЭО и ДОТ	Практикумы	из них с применением ЭО и ДОТ	КСР (консультации)	
1	Функции нескольких переменных	43	12	-	16	-	-	-	-	-	1	14
2	Кратные интегралы	77	21		28						2	26
3	Криволинейные интегралы	29	8	-	10	-	-	-	-	-	1	10
4	Поверхностные интегралы	23	6	-	8	-	-	-	-	-	1	8
5	Элементы теории поля	19	4	-	6	-	-	-	-	-	3	6
	Всего часов	191	51	-	68	-	-	-	-	-	6	64

3.2. Содержание тем программы дисциплины

Тема 1. Функции нескольких переменных

Функции нескольких переменных. Двойной и повторный пределы. Непрерывность и дифференцируемость. Частные производные и дифференциал. Теорема о смешанных производных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум.

Студент должен знать:

- определение внутренней (граничной) точки; открытого (замкнутого, выпуклого, связного) множества; области в R^m ; дифференциала, частной производной, экстремума; производной по направлению; градиента; якобиана;
- условие дифференцируемости функции;
- необходимые и достаточные условия экстремума;
- формулировки теоремы Тейлора и теоремы о неявной функции;
- доказательство теоремы о смешанных производных.

Студент должен уметь:

- находить и изображать область определения простейших функций двух переменных;
- находить двойные (повторные) пределы функции двух переменных;
- производить замену переменных в выражениях, содержащих частные производные функции двух переменных;
- исследовать функцию двух (трех) переменных на экстремум, условный экстремум;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух (трех) переменных.

Студент должен владеть:

- навыками корректно приводить простейшие естественнонаучные задачи к классическим задачам математического анализа.

Тема 2. Кратные интегралы

Кратные интегралы. Двойной интеграл. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление площадей. Вычисление площадей. Вычисление объемов. Вычисление площадей поверхностей. Механические приложения двойного интеграла. Тройные интегралы. Замена переменных в тройном интеграле. Вычисление объемов. Механические приложения тройного интеграла.

Студент должен знать:

- определение двойного и тройного интегралов;
- свойство линейности (аддитивности) двойного и тройного интегралов;
- доказательство теоремы о приведении двойного интеграла к повторному.

Студент должен уметь:

- изменять порядок интегрирования;
- находить площадь плоской области, объем криволинейного цилиндра, площадь поверхности, массу пластинки, координаты центра масс пластинки;
- производить замену переменных.

Студент должен владеть:

- навыками применения двойного и тройного интегралов в геометрических и механических приложениях;
- умениями перехода от декартовой системы координат к полярной в двойном интеграле и к сферическим и цилиндрическим координатам в тройном интеграле.

Тема 3. Криволинейные интегралы

Криволинейные интегралы I рода. Приложения криволинейных интегралов I рода. Криволинейные интегралы II рода. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Формула Грина. Приложения криволинейных интегралов о пути интегрирования.

Студент должен знать:

- определение гладкой линии, ее ориентацию; криволинейного интеграла первого (второго) рода;
- свойства криволинейных интегралов;
- доказательство формулы Грина;
- теорему о связи криволинейных интегралов первого и второго родов; теорему о независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

Студент должен уметь:

- находить функцию по ее полному дифференциалу; площадь плоской области и длину дуги кривой с помощью криволинейного интеграла;
- корректно приводить простейшие естественнонаучные задачи к классическим задачам математического анализа.

Студент должен владеть:

- навыками применения криволинейных интегралов в задачах механики и физики.

Тема 4. Поверхностные интегралы

Поверхностные интегралы I и II родов. Приложения поверхностных интегралов. Формула Стокса. Формула Остроградского.

Студент должен знать:

- определение гладкой поверхности (стороны поверхности); поверхностного интеграла первого (второго) рода;
- свойства поверхностных интегралов;
- формулу Стокса и формулу Остроградского;

Студент должен уметь:

- объем тела и площадь поверхности с помощью поверхностного интеграла.

Студент должен владеть:

- навыками применения поверхностных интегралов в практических задачах.

Тема 5. Элементы теории поля

Скалярное поле. Векторное поле. Дифференциальные и интегральные характеристики векторного поля

Студент должен знать:

- определение скалярного (векторного) поля;
- определение дивергенции, ротора векторного поля;
- потока векторного поля через поверхность и циркуляции;
- формулы Стокса и Остроградского в векторной форме.

Студент должен уметь:

- находить дивергенцию, ротор, циркуляцию векторного поля, поток векторного поля через поверхность.

Студент должен владеть:

- навыками использования дифференциальных и интегральных характеристик векторного поля в практических задачах.

3.3. Формы и методы проведения занятий, применяемые учебные технологии

Формы проведения занятий и методы их проведения предполагают формирование требуемых компетенций по данной дисциплине. Каждый этап формирования компетенций должен привести к планируемым результатам обучения, выраженных в терминах триады «знания – умения – навыки».

Дисциплина «Математический анализ» входит в базовую часть учебного плана данного направления и служит основой для изучения фундаментальных дисциплин базовой части: дифференциальные уравнения, комплексный анализ, функциональный анализ, уравнения математической физики. Данная дисциплина имеет как практическую, так и теоретическую направленность и изучается на первых двух курсах.

Учебные занятия проводятся в виде лекций, практических занятий, контрольных и самостоятельных работ.

Основную организационную форму обучения, направленную на первичное овладение знаниями, представляет собой лекция. Главное назначение лекции – обеспечить теоретическую основу обучения, развить интерес к учебной деятельности и конкретной учебной дисциплине, сформировать у обучающихся ориентиры для самостоятельной работы над курсом. В основе чтения лекции лежит развивающая технология. Она направлена на организацию целостного образовательно-воспитательного процесса, ориентированного на внутреннюю мотивировку студента, связанную со становлением студента как субъекта образования: развитие самоконтроля, самооценки и самостоятельности. Информационные технологии чтения лекций предусматривают использование компьютерных и телекоммуникационных средств обучения (интерактивная доска и т.п.).

Практические занятия предназначены для углубленного изучения дисциплины. На этих занятиях идет осмысление теоретического материала, формируется умение убедительно формулировать собственную точку зрения, приобретаются навыки профессиональной деятельности. Практические занятия проводятся по поисково- исследовательской (задачной) технологии обучения. Деятельность по решению задач делится на четыре вида: репродуктивная, алгоритмическая, трансформирующая и творчески-поисковая. Каждый последующий вид должен обладать большим уровнем проблемности. Часть задач должна носить профессионально-ориентационный характер. Структура деятельности разбивается на пять этапов: анализ состава задачи, формулировка проблемы, поиск плана решения, осуществление решения, закрепление в памяти приемов, которые привели к решению. Важным условием успешного освоения дисциплины «Математический анализ» является самостоятельная работа студентов. Для осуществления индивидуального подхода к студентам и создания условий ритмичности учебного процесса рекомендуются индивидуальные расчетно-графические работы (РГР) и контрольные работы. Контрольная работа является не только формой промежуточного контроля, но и формой обучения, так как позволяет своевременно определить уровень усвоения студентами разделов программы и провести дополнительную работу, если этот уровень неудовлетворительный. В учебном процессе наряду с традиционным обучением используется дистанционное обучение посредством использования электронной почты и системы Moodle.

4. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

1. Подготовка к лекциям, практическим занятиям.
2. Самостоятельное изучение отдельных тем (вопросов) в соответствии со структурой дисциплины (модуля), составление конспектов.
3. Самостоятельное выполнение практических работ.
4. Подготовка к тестированию, аудиторной контрольной работе.
5. Выполнение домашних заданий.
6. Подготовка к промежуточной аттестации.

Содержание СРС

№	Наименование раздела (темы) дисциплины	Вид СРС	Трудо-емкость (в часах)	Формы и методы контроля
1.	Функции нескольких переменных	Решение задач	14	Оценка по БРС
2.	Кратные интегралы	Решение задач	26	Оценка по БРС
3.	Криволинейные интегралы	Решение задач	10	Оценка по БРС
4.	Поверхностные интегралы	Решение задач	8	Оценка по БРС
5.	Элементы теории поля	Решение задач	6	Оценка по БРС

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Дисциплина «Математический анализ» обеспечена учебной литературой, имеющейся в библиотеке, учебными и методическими пособиями, а также предлагаются сетевые образовательные ресурсы, представленные в корпоративном портале СВФУ.

Рейтинговый регламент по дисциплине:

Вид выполняемой учебной работы (контролирующие мероприятия)	Количество баллов (min)	Количество баллов (max)
Проработка теоретического материала	5	8
Решение задач	17	26
Контрольная работа по входу	3,5	5
Тематические контрольные работы	9,5	15
Коллоквиум	6,5	10
Мини-контрольные	3,5	6
Количество баллов для допуска к экзамену (min-max)	45	70

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Показатели, критерии и шкала оценивания

Коды оцениваемых компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Показатель оценивания (дескриптор) (по п.1.2.РПД)	Шкалы оценивания уровня сформированности компетенций/элементов компетенций		
			Уровни	Критерий оценивания	Оценка

			освоен ия		
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, использовать их в профессиональной деятельности.	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет использовать их в профессиональной деятельности. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	Знать основные понятия, определения, основные утверждения и теоремы; Уметь использовать основные понятия, определения, основные утверждения и теоремы; Владеть: понятийным математическим аппаратом; методиками построения и исследования математических моделей в естественных науках	Высокий	<i>Знает</i> понятия, определения и доказательства фундаментальных теорем дифференциального и интегрального исчислений <i>Свободно умеет</i> пользоваться аппаратом дифференциального и интегрального исчислений <i>Свободно владеет</i> навыками применения аппарата дифференциального и интегрального исчислений в приложениях	отлично
			Базовый	<i>Знает</i> основные понятия, определения и понимает фундаментальные теоремы дифференциального и интегрального исчислений <i>Умеет</i> пользоваться операциями дифференциального и интегрального исчислений <i>Владеет</i> некоторыми навыками применения аппарата дифференциального и интегрального исчислений в приложениях	хорошо
			Минимальный	<i>Слабо знает</i> основные понятия и определения дифференциального и интегрального исчислений <i>Частично умеет</i> пользоваться операциями дифференциального и интегрального исчислений	Удовлетворительно

				<i>Владеет</i> навыками применения аппарата дифференциального и интегрального исчислений в некоторых приложениях	
			Не освоены	<i>Не знает</i> основные понятия и определения дифференциального и интегрального исчислений <i>Не умеет</i> пользоваться операциями дифференциального и интегрального исчислений <i>Не владеет</i> навыками применения аппарата дифференциального и интегрального исчислений в приложениях	Неудовлетворительно

6.2. Типовые контрольные задания (вопросы) для промежуточной аттестации

1. Функции многих переменных. Предел функции. Критерий Коши существования конечного предела. Свойства пределов. Предел функции в точке в направлении заданного вектора. Повторные пределы (случай $n = 2$).
2. Непрерывность функции многих переменных
3. Определение частной производной. Геометрическая интерпретация частных производных. Приращение функции. Дифференциал.
4. Дифференцирование сложной функции.
5. Производная по заданному направлению. Градиент.
6. Гладкие поверхности. Касательная и нормаль к поверхности.
7. Старшие производные. Дифференциалы высших порядков.
8. Формула Тейлора для функций многих переменных
9. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия для экстремума.
10. Двойной интеграл. Определение двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.
11. Определения. Свойства сумм Дарбу.
12. Необходимое и достаточное условие существования двойного интеграла.
13. Свойства двойного интеграла. Простейшие свойства. Теоремы о среднем, аддитивность по множеству.
14. Вычисление двойных интегралов.
15. Интегрирование по области, представляющей собой криволинейную трапецию.
16. Замена переменных в двойном интеграле. Отображение плоских областей. Криволинейные координаты. Изменение площади при отображениях
17. Полярная система координат. Замена переменных в двойном интеграле.
18. Приложение двойного интеграла в геометрии
19. Приложение двойного интеграла в механике.
20. Определение тройного интеграла.

21. Сведение тройного интеграла к повторному для областей общего вида.
22. Замена переменных в тройном интеграле. Отображение областей. Криволинейные координаты.
23. Цилиндрическая и сферическая системы координат. Замена переменных в тройном интеграле.
24. Приложение тройного интеграла в геометрии
25. Приложение тройного интеграла в механике.
26. Криволинейные интегралы 1-го рода. Определение, существование. Свойства криволинейного интеграла 1-го рода.
27. Криволинейные интегралы 2-го рода. Определение, существование. Свойства криволинейного интеграла 2-го рода. Связь с интегралом 1-го рода.
28. Приложение криволинейных интегралов в геометрии и физике.
29. Формула Грина. Условия независимости интеграла второго рода от пути интегрирования.
30. Определение поверхностного интеграла 1-го рода. Существование и вычисление интеграла 1-го рода. Простейшие свойства интегралов первого рода
31. Определение поверхностного интеграла 2-го рода. Существование и вычисление поверхностного интеграла 2-го рода.
32. Приложение поверхностных интегралов в геометрии и физике.
33. Теорема Стокса. Поверхность, заданная уравнением $z = \varphi(x, y)$. Формула Стокса. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования
34. Теорема Остроградского Гаусса
35. Элементы теории поля. Поток векторного поля
36. Дивергенция. Циркуляция. Ротор. Оператор Набла.

Образцы контрольных работ

Контрольная работа по остаточным знаниям за 2 семестр

Вариант 1

1. $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$

2. $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$

3. Найти длину кривой $\rho = a(1 + \cos\varphi)$

4. Установить сходимость или расходимость ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}$$

5. Разложить в степенной ряд функцию:

$$y = \frac{x^2}{1-x}$$

Вариант 2

1. $\int \frac{\sqrt{x}}{3x + \sqrt[3]{x^2}} dx$

2. $\int_1^9 \frac{xdx}{\sqrt{2x+7}}$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$

4. Установить сходимость или расходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\left(2 + \frac{1}{n}\right)^n}$

5. Разложить в степенной ряд функцию:
 $y = \frac{1}{(1-x)^2}$

Вариант 3

Вариант 4

$$1. \int \frac{dx}{x^4 \sqrt{1+x^2}}$$

$$2. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \frac{x}{2} dx$$

3. Вычислить объем тела, полученного вращением вокруг оси ОХ плоской фигуры, ограниченной кривой $y = 2^x$ и прямой $4y - 3x - 5 = 0$.

4. Установить сходимость или расходимость ряда: $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(\frac{n}{4n-3} \right)^{2n}$

5. Разложить в степенной ряд функцию: $y = \cos^2 x$;

$$1. \int \frac{dx}{4 \sin x + 3 \cos x + 5}$$

$$2. \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{xdx}{\sin^2 x}$$

3. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси ОХ астроида: $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

4. Установить сходимость или расходимость ряда: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \sqrt{\ln n}}$

5. Разложить в степенной ряд функцию: $y = \ln(2+x)$.

Мини-контрольная №1

Тема: Область определения функции

Вариант 1

1. Найдите область определения функции

$$z = \frac{x}{\sqrt{x-y}} + \frac{y}{\sqrt{x+y}}$$

2. Запишите аналитические выражения, областью определения которых было бы множество: плоскость, из которой выброшены парабола $y^2 = 4x$ и окружность $x^2 + y^2 = 8$.

Вариант 2

1. Найдите область определения функции

$$z = \sqrt{y \sin x}$$

2. Запишите аналитические выражения, областью определения которых было бы множество: внешняя часть круга радиуса 4 с центром в точке А (5; 1)

Вариант 3

1. Найдите область определения функции

$$z = \sqrt{x - \sqrt{y}}$$

2. Запишите аналитические выражения, областью определения которых было бы множество: часть параболы $y^2 = 4x$, отсеченная прямой $x - y - 4 = 0$.

Вариант 4

1. Найдите область определения функции

$$z = \ln \left(\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} - 1 \right).$$

2. Запишите аналитические выражения, областью определения которых было бы множество: плоскость с выброшенной окружностью $x^2 + y^2 = 25$.

Мини-контрольная №2

Тема: Производная и дифференциал

Вариант 1

1. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \ln \operatorname{tg} \frac{y}{x}$.
2. Найти du , если $u = \varphi(t)$, где $t = x^2 - y^2$.

Вариант 2

1. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \ln \operatorname{ctg}(x + y)$.
2. Найти du , если $u = \varphi(t)$, где $t = \frac{y}{x}$.

Вариант 3

1. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \ln \cos \frac{x}{y}$.
2. Найти du , если $u = \varphi(t)$, где $t = xy$.

Вариант 4

1. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, если $z = \ln \sin(x - y)$.
2. Найти du , если $u = \varphi(t)$, где $t = x^2 + y^2$.

Мини-контрольная №3

Тема: Двойные интегралы

Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования $\int_2^4 dx \int_{\sqrt{4x-x^2}}^{2\sqrt{x}} f(x, y) dy$
2. В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования
 $D = \{(x, y): (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y+x \geq 0\}$
3. Вычислить площадь той части плоскости $6x + 3y + 2z = 12$, которая заключена в первом октанте.

Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^3 dy \int_0^{2y/3} f(x, y) dx + \int_3^4 dy \int_{1-\sqrt{4-y}}^{1+\sqrt{4+y}} f(x, y) dx$
2. В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования
 D – треугольник с вершинами $O(0,0)$,
 $A(1,1)$, $B(-1,1)$.
3. Найти площадь поверхности $2z = x^2 + y^2$, расположенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 = 1$

Вариант 3

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dy \int_{0.5y}^{2y} f(x, y) dx + \int_1^2 dy \int_{0.5y}^{2/y} f(x, y) dx$
2. В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования
 $D = \left\{ (x, y): x^2 + y^2 \geq 1, 0 \leq x \leq 1, \right. \\ \left. 0 \leq y \leq 1 \right\}$
3. Найти массу треугольника OAB , если $O(0,0)$, $A(1,-1)$, $B(1,1)$, а плотность равна $\rho = \sqrt{x^2 - y^2}$.

Вариант 4

1. Изменить порядок интегрирования
 $\int_1^3 dy \int_{y^2+3}^{4y} f(x, y) dx$
2. В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования

D – квадрат с вершинами $O(0,0)$,

$A(0,1), B(1,0), C(1,1)$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой: $3x^2 - 4y = 0, 2x - 4y + 1 = 0$

Контрольная работа по теме «Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных»

Вариант 1

1. Найти частные производные первого и второго порядков от функции:

$$z = ctg(x^2 - xy)$$

2. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$: $z = u^{\sin v}; u = \arccos \sqrt{xy}, v = \arcsin(x - y)$.

3. Исследовать на экстремум: $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y + 5$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области, ограниченной линиями:

$$z = 3 - 2x^2 - xy - y^2; x = 1, y = 0, y = x$$

Вариант 2

1. Найти частные производные первого и второго порядков от функции:

$$z = \cos(x^2 y^3 + x)$$

2. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$: $z = \frac{tg 2u}{v^2}; u = \arctg \sqrt{xy}, v = \frac{y}{x}$.

3. Исследовать на экстремум: $z = -x^2 + xy - y^2 - 9x + 3y - 20$

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области, ограниченной линиями:

$$z = x^2 + 2y^2 + 1; x = 0, y = 0, x + y = 3$$

Контрольная работа по теме «Кратные интегралы»

Вариант 1

4. В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ расставить пределы интегрирования в том и в

другом порядке, где $D: y^2 \leq 8x, y \leq 2x, y + 4x - 24 \leq 0$

5. Вычислить объем тела:
 $z = x^2 + y^2, x^2 + y^2 = x,$
 $x^2 + y^2 = 2x, z = 0$

6. $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, \text{ где } V: x^2 + y^2 = z^2, z = 1$

7. Найти статические моменты относительно координатных плоскостей однородного тела, ограниченного поверхностями:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c}, x = 0, y = 0, z = 0.$$

Вариант 2

1. В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования
 D – меньший из сегментов, полученных при пересечении $x + y = 2$ и $x^2 + y^2 = 4$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой: $3x^2 - 4y = 0, 2x - 4y + 1 = 0$
3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:
 $z = x^2 + y^2, z = 2x^2 + 2y^2, y = x^2, y = x$
4. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями: а) $x^2 + y^2 + z^2 = 1, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z$;

Вариант 3

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^4 dx \int_{x/2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой: $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)^2 = \frac{xy}{c^2}$
3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:
 $z = \ln(x + 2), z = \ln(6 - x), x = 0,$
 $y + x = 2, x - y = 2$
4. Найти статические моменты относительно координатных плоскостей однородного тела, ограниченного поверхностями:
 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \frac{z^2}{c^2}, z = c$;

Вариант 4

1. В двойном интеграле $\iint_D f(x, y) dx dy$ перейти к полярным координатам и расставить пределы интегрирования
 D – треугольник с вершинами
 $A(1,1), B(-1,1), C(1,-1)$
2. Вычислить объем тела: $x^2 + y^2 = 2y, x^2 + y^2 = 2x,$
 $z = x + 2y, z = 0$
3. $\iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz, \text{ где } V : x^2 + y^2 + z^2 = 1,$
 $x = 0, y = 0, z = 0$
4. Найти координаты центра тяжести однородного тела, ограниченного поверхностями: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{16} = 1, z = 0 (z \geq 0)$.

Контрольная работа по теме «Криволинейные интегралы»

Вариант 1

- 1) Вычислить интеграл $\int_C xy ds$, где C – четверть эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, лежащая в первой четверти.

- 2) Вычислить интеграл $\int_C (3x^2 - y) dx + (1 - 2x) dy$, где C – треугольник с вершинами $O(0, 0)$, $A(1; 0)$, $B(1; 1)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.
- 3) Применяя формулу Грина, вычислить интеграл $\int_C (3x^2 - y) dx + (x - 2y^2) dy$, где C – треугольник с вершинами $O(0, 0)$, $A(1; 0)$, $B(0; 1)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.
- 4) Найти $U(x, y)$, если $dU = (x^2 - 2xy^2 + 3) dx + (y^2 - 2x^2y + 3) dy$.
- 5) Вычислить длину дуги кривой $x = 3t$, $y = 3t^2$, $z = 2t^3$ ($0 \leq t \leq 1$).

Вариант 2

- 1) Вычислить интеграл $\int_C \frac{ds}{\sqrt{x^2 + y^2 + 5}}$, где C – отрезок прямой, соединяющий точки $O(0; 0)$ и $A(1; 2)$.
- 2) Вычислить интеграл $\int_C x dy$, где C – полуокружность $x^2 + y^2 = a^2$ ($x \geq 0$), пробегаемая против хода часовой стрелки.
- 3) Применяя формулу Грина, вычислить интеграл $\int_C (x + y) dx - (x - y) dy$, где C – треугольник с вершинами $O(0, 0)$, $A(2; 0)$, $B(0; 3)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.
- 4) Найти $U(x, y)$, если $dU = \left(12x^2y + \frac{1}{y^2}\right) dx + \left(4x^3 - \frac{2x}{y^3}\right) dy$.
- 5) Найти площадь фигуры, ограниченной астроидой $x = 2\cos^3 t$, $y = 3\sin^3 t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).

Вариант 3

- 1) Вычислить интеграл $\int_C (2x + y) ds$, где C – ломаная $ABOA$, где $A(1; 0)$, $B(0; 2)$, $O(0; 0)$.
- 2) Вычислить интеграл $\int_C \frac{x}{y} dx - \frac{y-x}{x} dy$, где C – дуга параболы $y = x^2$, пробегаемая от точки $A(2; 4)$ до точки $B(1; 1)$.
- 3) Применяя формулу Грина, вычислить интеграл $\int_C (x + y)^2 dx - (x^2 + y^2) dy$, где C – треугольник с вершинами $O(0, 0)$, $A(1; 0)$, $B(1; 1)$, пробегаемый в положительном направлении.
- 4) Найти $U(x, y)$, если $dU = \left(3x^2y - \frac{y^3}{3}\right) dx + (x^3 - xy^2) dy$.
- 5) Вычислить момент инерции окружности $x^2 + y^2 = a^2$ относительно её диаметра.

Вариант 4

- 1) Вычислить интеграл $\int_C (x + y) ds$, где C – контур прямоугольника со сторонами $x = 0, x = 4, y = 0, y = 2$.
- 2) Вычислить интеграл $\int_C y dx + x dy$, где C – дуга астроида $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ от точки $t = 0$ до точки $t = \frac{\pi}{2}$.
- 3) Применяя формулу Грина, вычислить интеграл $\int_C xy^2 dy - x^2 y dx$, где C – окружность $x^2 + y^2 = a^2$, пробегаемая против хода часовой стрелки.
- 4) Найти $U(x, y)$, если $dU = \frac{(3y - x) dx + (y - 3x) dy}{(x + y)^3}$.
- 5) Вычислить статические моменты дуги астроида $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ ($x \geq 0, y \geq 0$) относительно осей координат.

Вариант 5

- 1) Вычислить интеграл $\int_C x^2 ds$, где C – дуга окружности $x^2 + y^2 = a^2$ ($y \geq 0$).
- 2) Вычислить интеграл $\int_C xy dx - y^2 dy$, где C – дуга параболы $y^2 = 2x$, пробегаемая от точки $O(0; 0)$ до точки $A(2; 2)$.
- 3) Применяя формулу Грина, вычислить интеграл $\int_C (2xy - y) dx + x^2 dy$, где C – эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, пробегаемый против хода часовой стрелки.
- 4) Найти $U(x, y)$, если $dU = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) dx + \left(\frac{2}{y} - \frac{x}{y^2}\right) dy$.
- 5) Вычислить массу первого витка винтовой линии $x = \cos t, y = \sin t, z = t$, если её плотность $\rho(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Вариант 6

- 1) Вычислить интеграл $\int_C (x^2 + y^2)^n ds$, где C – окружность $x^2 + y^2 = a^2$.
- 2) Вычислить интеграл $\int_C y^2 dx + x^2 dy$, где C – верхняя половина эллипса $x = \cos t, y = \sin t$, пробегаемая против хода часовой стрелки.
- 3) Применяя формулу Грина, вычислить интеграл $\int_C (5x^3 - y) dx + (x - 5y^3) dy$, где C – квадрат с вершинами $A(1; 0), B(0; 1), C(-1; 0), D(0; -1)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.
- 4) Найти $U(x, y)$, если $dU = \frac{yz dx + zx dy + xy dz}{1 + x^2 y^2 z^2}$.

- 5) Вычислить массу кривой $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$ ($0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$), если её плотность $\rho(x, y) = \sqrt[3]{y}$.

Контрольная работа по теме «Поверхностные интегралы»

Вариант 1

1. Вычислить площадь сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.
2. Вычислить поверхностный интеграл первого рода $\iint_S z \, ds$, где S – часть гиперболического параболоида $z = xy$, вырезанная цилиндром $x^2 + y^2 = 4$.
3. Найти функцию u , если $du = ye^z \, dx + (xe^z + 2yz^2) \, dy + (xye^z + 2y^2z) \, dz$.
4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $\int_L y \, dx + z^2 \, dy + x^2 \, dz$, где L – окружность $x^2 + y^2 = 1$ и $z = \sqrt{3}$, пробегаемая против часовой стрелки.
5. Пользуясь формулой Остроградского, вычислить поверхностный интеграл $\iint_S x \, dydz + y \, dzdx + z \, dxdy$, где S – часть поверхности $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$ при $0 \leq z \leq 1$.

Вариант 2

1. Вычислить площадь боковой поверхности конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $0 \leq z \leq 2$.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S z^2 \, dxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
3. Доказать, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом и вычислить криволинейный интеграл $\int_{AB} (15x^2y + 3z^2) \, dx + (5x^3 - 2yz) \, dy + (6xz - y^2) \, dz$, где $A(1; 2; 1)$ и $B(2; 3; 2)$.
4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $\oint_L y \, dx + z \, dy + x \, dz$, где L – окружность $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$, $x + y + z = 0$, пробегаемая против хода часовой стрелки, если смотреть из точки $A(a; 0; 0)$.
5. Пользуясь формулой Остроградского, вычислить поверхностный интеграл $\iint_S x^2 \, dydz + y^2 \, dzdx + z^2 \, dxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

Вариант 3

1. Вычислить площадь части гиперболического параболоида $z = xy$, вырезанной цилиндром $x^2 + y^2 = 8$.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S z \, dxdy$, где S – внешняя сторона части конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ ($0 \leq z \leq 1$).

3. Найти функцию u , если $du = (x^2 - 2yz) dx + (y^2 - 2xz) dy + (z^2 - 2xy) dz$.
4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $\int_L (y^2 - z^2) dx + (z^2 - x^2) dy + (x^2 - y^2) dz$, где L – контур, ограничивающий часть сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$). Направление обхода берётся против часовой стрелки, если смотреть со стороны точки $A(2; 0; 0)$.
5. Пользуясь формулой Остроградского, вычислить поверхностный интеграл $\iint_S x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

Вариант 4

1. Вычислить площадь части параболоида вращения $2z = x^2 + y^2$, вырезанной цилиндром $x^2 + y^2 = 1$.
2. Вычислить поверхностный интеграл второго рода $\iint_S z ds$, где S – верхняя сторона треугольника $x + y + z = 1$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$).
3. Доказать, что подынтегральное выражение является полным дифференциалом и вычислить криволинейный интеграл $\int_{OA} 2xyz dx + (x^2z + 6yz^3) dy + (x^2y + 9y^2z^2) dz$, где $O(0; 0; 0)$ и $A(1; 1; 1)$.
4. Пользуясь формулой Стокса, вычислить криволинейный интеграл $\int_L y^2 dx + z^2 dy + x^2 dz$, где L – окружность $x^2 + y^2 + z^2 = 4, x + y + z = 0$, пробегаемая против хода часовой стрелки, если смотреть с положительной стороны оси Ox .
5. Пользуясь формулой Остроградского, вычислить поверхностный интеграл $\iint_S x dydz + y dzdx + z dxdy$, где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

Коллоквиум

Тема: Элементы теории поля

1. Определения скалярного поля, линий уровня и поверхностей уровня.
2. Определение производной скалярного поля в точке M_0 по направлению l .
3. Определение градиента скалярного поля.
4. Определения векторного поля и векторных (силовых) линий.
5. Определение дивергенции векторного поля в точке. Физический смысл дивергенции.
6. Определение ротора векторного поля.
7. Определение потока векторного поля через поверхность.
8. Определение циркуляции векторного поля вдоль кривой.
9. Что такое оператор Гамильтона (оператор «набла») и оператор Лапласа?
10. Доказать соотношение $div(\varphi A) = \varphi div A + A grad \varphi$
11. Вычислить $div(ar)$
12. Доказать, что $rot(grad u) = 0$
13. Доказать, что $div rot A = 0$
14. Доказать, что $div grad u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$
15. Вычисление дивергенции векторного поля.
16. Потенциальные векторные поля. Условия потенциальности векторного поля.
17. Соленоидальные векторные поля. Закон сохранения интенсивности векторной трубки соленоидального поля.

18. Запись основных понятий векторного анализа с помощью оператора “набла”.
19. Векторная интерпретация формул Стокса и Остроградского.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания

Промежуточная аттестация проходит в виде двух контрольных недель и рубежного среза согласно Положения о балльно-рейтинговой системе СВФУ.

Текущий контроль знаний студентов проводится на текущих занятиях в пределах учебного времени, отведенного на дисциплину как традиционными, так и инновационными методами, включая компьютерные технологии, интернет-тестирование. Текущий контроль освоения студентами программного материала имеет следующие виды: входной, оперативный и рубежный контроль. Входной контроль знаний студентов проводится преподавателем в начале изучения дисциплины с целью выстраивания индивидуальной траектории обучения студентов на основе контроля их знаний, умений. Показатели входного контроля знаний используются для коррекции процесса усвоения дидактических единиц и при анализе результативности изучения учебной дисциплины. Оперативный контроль проводится с целью объективной оценки качества освоения программы дисциплины, общепрофессиональных компетенций, а также стимулирования учебной работы студентов, мониторинга результатов образовательной деятельности, подготовки к промежуточной аттестации. Рубежный контроль является контрольной точкой по завершению темы дисциплины и проводится с целью комплексной оценки уровня освоения программного материала. Рубежный контроль имеет четко установленные границы, проводится в виде двух контрольных недель и рубежного среза согласно Положения о балльно-рейтинговой системе СВФУ в сроки, установленные приказом по институту. Для допуска к экзамену необходимо набрать не менее 45 баллов, предусмотренных за текущую работу и выполнить обязательный минимум учебной работы.

Промежуточная аттестация проводится в виде итогового контроля. Под *итоговым контролем* понимаются семестровые экзамены, которые проводятся в устной форме. На экзамене студенту отводится один астрономический час на подготовку. Материалы каждого семестрового экзамена состоят из двух частей: теоретической и практической. Теоретическая часть состоит, как правило, из двух блоков. Первый блок состоит из основных понятий, определений и формулировок теорем, а второй – из вопросов, требующих доказательства теорем из ядра курса. Практическая часть состоит из примеров и задач теоретического и прикладного характеров. Семестровые экзамены проверяют знания и умения студента и их соответствие планируемым результатам обучения. Максимальное количество баллов, которое студент может получить на экзамене, в соответствии с Положением составляет 30 баллов.

Оценка в баллах	Критерии оценивания компетенций
26-30 баллов	Студент глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал монографической литературы, правильно обосновывает принятое решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач, подтверждает полное освоение компетенций, предусмотренных программой экзамена.
20-25 баллов	Студент твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, допуская некоторые неточности; демонстрирует хороший уровень освоения материала,

	информационной и коммуникативной культуры и в целом подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой экзамена.
10-19 баллов	Студент показывает знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, в целом, не препятствует усвоению последующего программного материала, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает затруднения при выполнении практических работ, подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой экзамена на минимально допустимом уровне.
Менее 10 баллов	Студент не знает значительной части программного материала (менее 50% правильно выполненных заданий от общего объема работы), допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями выполняет задачи, не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой экзамена.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Автор, название, место издания, издательство, год издания учебной литературы, вид и характеристика иных информационных ресурсов	Наличие грифа, вид грифа	МПТИ СВФУ, кафедральная библиотека и кол-во экземпляров	Электронные издания: точка доступа к ресурсу (наименование ЭБС, ЭБ СВФУ)
Основная литература				
1	Ильин В.А. Математический анализ: в 2 частях, учебник. М.: Юрайт, 2013.	УМО	7	
2	Кремер Н.Ш. Математический анализ, учебник.М. : Юрайт, 2014.	УМО	7	
Дополнительная литература				
1	Шершнев В.Г. Математический анализ: сборник задач с решениями учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2014.		7	

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее сеть-Интернет), необходимых для освоения дисциплины

1. Математика (справочник формул по алгебре и геометрии, решения задач и примеров): <http://www.pm298.ru/>
2. Образовательный математический сайт Exponenta.ru: <http://www.exponenta.ru/>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Виды учебных занятий*	Наименование аудиторий, кабинетов, лабораторий и пр.	Перечень оборудования
1.	Лекционные и практические занятия	Учебные аудитории	Доска Проектор Ноутбук
2.	КСР	Помещение для самостоятельной работы	Компьютеры с доступом в Интернет

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

10.1. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При осуществлении образовательного процесса по дисциплине используются следующие информационные технологии:

- использование на занятиях электронных изданий (чтение лекций с использованием слайд-презентаций, электронного учебного пособия);
- использование специализированных и офисных программ, информационных (справочных) систем;
- организация взаимодействия с обучающимися посредством электронной почты и СДО Moodle.

10.2. Перечень программного обеспечения

Пакет локальных офисных программ для работы с документами (лицензия № 62235736 от 06.08.2013 г.) АО «СофтЛайн Интернет Трейд» на право использование программ для ЭВМ: Microsoft (Windows, Office).

